METODE NUMERIK

3SKS-TEKNIK INFORMATIKA-S1

MOHAMAD SIDIQ

PERTEMUAN : 5 & 6

PENYELESAIAN PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

3SKS-TEKNIK INFORMATIKA-S1

MOHAMAD SIDIQ

MATERI PERKULIAHAN

SEBELUM-UTS	SETELAH-UTS

▪ Pengantar Metode Numerik
▪ Sistem Bilangan dan Kesalahan
    ▪ Penyajian Bilangan Bulat & Pecahan
    ▪ Nilai Signifikan
    ▪ Akurasi dan Presisi
    ▪ Pendekatan dan Kesalahan
▪ Penyelesaian Persamaan Non Linier
    ▪ Metode Tabel
    ▪ Metode Biseksi
    ▪ Metode Regula Falsi
▪ Penyelesaian Persamaan Non Linier (Lanjutan)
    ▪ Metode Iterasi Sederhana
    ▪ Metode Newton Raphson
    ▪ Metode Secant
▪ Penyelesaian Persamaan Simultan
    ▪ Metode Eliminasi Gauss
    ▪ Metode Gauss Jordan
▪ Penyelesaian Persamaan Simultan (Lanjutan)
    ▪ Metode Gauss Seidel
    ▪ Studi Kasus
▪ Diferensi Numerik
    ▪ Selisih Maju
    ▪ Selisih Tengahan
    ▪ Diferensi Tingkat Tinggi
	▪ Integrasi Numerik
	    ▪ Metode Reimann
	    ▪ Metode Trapezoida
	    ▪ Metode Simpson
	▪ Integrasi Numerik (Lanjutan)
	    ▪ Metode Gauss
	    ▪ Studi Kasus
	▪ Interpolasi
	    ▪ Metode Linier
	    ▪ Metode Kuadrat
	▪ Interpolasi (Lanjutan)
	    ▪ Metode Polinomial
	    ▪ Metode Lagrange
	▪ Regresi
	    ▪ Linier
	    ▪ Eksponensial
	    ▪ Polinomial
	▪ Tugas Akhir Semester

PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

- Persamaan linier simultan adalah suatu bentuk persamaan-persamaan yang secara bersama-sama menyajikan banyak variabel bebas
- Bentuk persamaan linier simultan dengan *m* persamaan dan *n* variabel bebas

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\
&a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \ldots + a_{3n}x_n = b_3 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m
\end{aligned}
$$

- a_{ij} untuk i=1 s/d m dan j=1 s/d n adalah koefisien atau persamaan simultan
- x_i untuk i=1 s/d n adalah variabel bebas pada persamaan simultan

PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

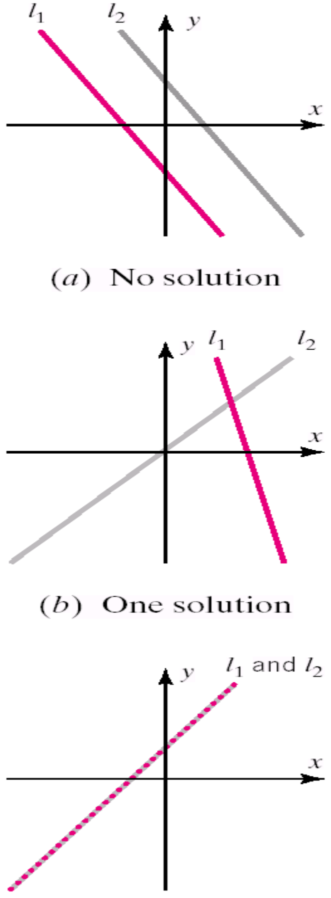
- Penyelesaian persamaan linier simultan adalah penentuan nilai x_i untuk semua i=1 s/d n yang memenuhi semua persamaan yang diberikan.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

- AX = B
- Matrik **A** = Matrik Koefisien/ Jacobian.
- Vektor **x** = vektor variabel
- vektor **B** = vektor konstanta.

PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

- Persamaan Linier Simultan atau Sistem Persamaan Linier mempunyai kemungkinan solusi:
  - Tidak mempunyai solusi
  - Tepat satu solusi
  - Banyak solusi



(*a*) No solution

(*b*) One solution

(*c*) Infinitely many solutions

Figure 1.1.1

AUGMENTED MATRIX

- Matrik yang merupakan perluasan matrik A dengan menambahkan vektor B pada kolom terakhirnya, dan dituliskan:
- **Augmented (A) = [A | B]**

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \ldots & a_{mn} & b_m \end{array}\right]$$

THEOREMA 4.1.

- Suatu persamaan linier simultan mempunyai penyelesaian tunggal bila memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:
  - Ukuran persamaan linier simultan bujursangkar, di mana jumlah persamaan sama dengan jumlah variable bebas.
  - Persamaan linier simultan non-homogen di mana minimal ada satu nilai vector konstanta B tidak nol atau ada bn $\neq$ 0.
  - Determinan dari matrik koefisien persamaan linier simultan tidak sama dengan nol.

METODE PENYELESAIAN

METODE ANALITIK

- Metode Grafis
- Aturan Crammer
- Invers Matrik

METODE NUMERIK

- Metode Eliminasi Gauss
- Metode Eliminasi Gauss-Jordan
- Metode Iterasi Gauss-Seidel

METODE ELIMINASI GAUSS

- Metode Eliminasi Gauss merupakan metode yang dikembangkan dari metode eliminasi, yaitu menghilangkan atau mengurangi jumlah variabel sehingga dapat diperoleh nilai dari suatu variabel bebas
- Matrik diubah menjadi augmented matrik:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{\mathrm{n}1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} & b_n \end{array}\right]$$

METODE ELIMINASI GAUSS

- Mengubah matrik menjadi matrik segitiga atas atau segitiga bawah dengan menggunakan **OBE** (**Operasi Baris Elementer**).

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{ccccc|c} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} & d_1 \\ 0 & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} & d_2 \\ 0 & 0 & c_{33} & \dots & c_{3n} & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{nn} & d_n \end{array}\right]$$

OPERASI BARIS ELEMENTER

- Metode dasar untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linier adalah mengganti sistem yang ada dengan sistem yang baru yang mempunyai himpunan solusi yang sama dan lebih mudah untuk diselesaikan
- Sistem yang baru diperoleh dengan serangkaian langkah yang menerapkan 3 tipe operasi. Operasi ini disebut Operasi Baris Elementer
  1. Kalikan persamaan dengan konstanta yang tak sama dengan nol.
  2. Pertukarkan dua persamaan tersebut.
  3. Tambahkan kelipatan dari satu persamaan bagi yang lainnya.

METODE ELIMINASI GAUSS

- Sehingga penyelesaian dapat diperoleh dengan:

$$x_n = \frac{d_n}{c_{nn}}$$

$$x_{n-1} = \frac{1}{c_{n-1,n-1}}\left(-c_{n-1,n}x_n + d_{n-1}\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_2 = \frac{1}{c_{22}}\left(d_2 - c_{23}x_3 - c_{24}x_4 - \ldots - c_{2n}x_n\right)$$

$$x_1 = \frac{1}{c_{11}}\left(d_1 - c_{12}x_2 - c_{13}x3 - \ldots - c_{1n}x_n\right)$$

CONTOH :

- Selesaikan sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 10 \end{aligned}$$

- Augmented matrik dari persamaan linier simultan tersebut :

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 10 \end{array}\right)$$

CONTOH :

- Lakukan operasi baris elementer

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 10 \end{array}\right) \xrightarrow[B_3 - 2B_1]{B_2 - B_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{B_3 + B_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 & -6 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{Penyelesaian:}}$$

$$x_3 = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$x_2 = \frac{1}{1}\big(-4-(2)3\big) = 2$$

$$x_1 = \frac{1}{1}\big(6-2-3\big) = 1$$

ALGORITMA METODE ELIMINASI GAUSS

(1) Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya n

(2) Buat augmented matrik [A|B] namakan dengan A

(3) Untuk baris ke i dimana i=1 s/d n, perhatikan apakah nilai $a_{i,i}$ sama dengan nol :

Bila ya :

pertukarkan baris ke i dan baris ke i+k≤n, dimana $a_{i+k,i}$ tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.

Bila tidak : lanjutkan

(4) Untuk baris ke j, dimana j = i+1 s/d n

Lakukan operasi baris elementer:

- Hitung $c = \dfrac{a_{j,i}}{a_{i,i}}$
- Untuk kolom k dimana k=1 s/d n+1

  hitung $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

(5) Hitung akar, untuk i = n s/d 1 (bergerak dari baris ke n sampai baris pertama)

$$x_i = \frac{1}{a_{i,i}}\left(b_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - a_{i,i+2}x_{i+2} - \ldots - a_{i,n}x_n\right)$$

dimana nilai i+k≤n

METODE ELIMINASI GAUSS JORDAN

- Metode ini merupakan pengembangan metode eliminasi Gauss, hanya saja augmented matrik, pada sebelah kiri diubah menjadi matrik diagonal

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \ldots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \ldots & a_{3n} & b_3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 & d_3 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & d_n \end{bmatrix}$$

- Penyelesaian dari persamaan linier simultan diatas adalah nilai d1,d2,d3,…,dn dan atau:

$$x_1 = d_1, x_2 = d_2, x_3 = d_3, \ldots., x_n = d_n$$

CONTOH :

- Selesaikan persamaan linier simultan:

$$x_1 + x_2 = 3$$
$$2x_1 + 4x_2 = 8$$

- Augmented matrik dari persamaan linier simultan

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

- Lakukan operasi baris elementer

$$B_2 - 2b_1 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B2/2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 - B_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian persamaan linier simultan :
$x_1 = 2$ dan $x_2 = 1$

ALGORITMA METODE ELIMINASI GAUSS-JORDAN

(1) Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya n

(2) Buat augmented matrik [A|B] namakan dengan A

(4) Untuk baris ke i dimana i=1 s/d n

(a) Perhatikan apakah nilai $a_{i,i}$ sama dengan nol :

Bila ya :

pertukarkan baris ke i dan baris ke i+k≤n, dimana $a_{i+k,i}$ tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.

Bila tidak : lanjutkan

(b) Jadikan nilai diagonalnya menjadi satu, dengan cara untuk setiap kolom k dimana k=1 s/d n+1, hitung $a_{i,k} = \dfrac{a_{i,k}}{a_{i,i}}$

(6) Untuk baris ke j, dimana j = i+1 s/d n

Lakukan operasi baris elementer: untuk kolom k dimana k=1 s/d n

Hitung $c = a_{j,i}$

Hitung $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

(7) Penyelesaian, untuk i = n s/d 1 (bergerak dari baris ke n sampai baris pertama)

$x_i = a_{i,n+1}$

METODE ITERASI GAUSS-SEIDEL

- Metode interasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah.
- Bila diketahui persamaan linier simultan

$$
\begin{array}{ccccccccccccccc}
a_{11} & x_1 & + & a_{12} & x_2 & + & a_{13} & x_3 & + & \ldots & + & a_{1n} & x_n & = & b_1 \\
a_{21} & x_1 & + & a_{22} & x_2 & + & a_{23} & x_3 & + & \ldots & + & a_{2n} & x_n & = & b_2 \\
a_{31} & x_1 & + & a_{32} & x_2 & + & a_{33} & x_3 & + & \ldots & + & a_{3n} & x_n & = & b_3 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{n1} & x_1 & + & a_{n2} & x_2 & + & a_{n3} & x_3 & + & \ldots & + & a_{nn} & x_n & = & b_n
\end{array}
$$

METODE ITERASI GAUSS-SEIDEL

- Berikan nilai awal dari setiap x_i (i=1 s/d n) kemudian persamaan linier simultan diatas dituliskan menjadi:
-

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \ldots . - a_{1n}x_n\right)$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{2^2}}\left(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \ldots . - a_{2n}x_n\right)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_n = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots . - a_{nn-1}x_{n-1}\right)$$

METODE ITERASI GAUSS-SEIDEL

- Dengan menghitung nilai-nilai x_i (i=1 s/d n) menggunakan persamaan-persamaan di atas secara terus-menerus hingga nilai untuk setiap *xi* (i=1 s/d n) sudah sama dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya maka diperoleh penyelesaian dari persamaan linier simultan tersebut.
- Atau dengan kata lain proses iterasi dihentikan bila selisih nilai x_i (i=1 s/d n) dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya kurang dari nilai toleransi error yang ditentukan.
- Untuk mengecek kekonvergenan

$$\varepsilon_{a,i} = \left| \frac{x_i^k - x_i^{k-1}}{x_i^k} \right| \times 100\%$$

CATATAN

- Hati-hati dalam menyusun sistem persamaan linier ketika menggunakan metode iterasi Gauss-Seidel ini.
- Perhatikan setiap koefisien dari masing-masing x_i pada semua persamaan di diagonal utama (a_{ii}).
- Letakkan nilai-nilai terbesar dari koefisien untuk setiap x_i pada diagonal utama.
- Masalah ini adalah '**masalah pivoting**' yang harus benar-benar diperhatikan, karena penyusun yang salah akan menyebabkan iterasi menjadi divergen dan tidak diperoleh hasil yang benar.

Gauss-Seidel – Convergence criteria

- Diagonal Dominance – the diagonal element of a row should be greater than the sum of all other row elements

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Is this matrix diagonally dominant?

- Sufficient but not necessary (I.e., if the condition is satisfied, convergence is guaranteed, if the condition is NOT satisfied, convergence still may occur

CONTOH

$$x_1 + x_2 = 5$$
$$2x_1 + 4x_2 = 14$$

- Berikan nilai awal : x1 = 0 dan x2 = 0
- Susun persamaan menjadi:

$$x_1 = 5 - x_2$$
$$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2x_1)$$

iterasi 1 :
$$x_1 = 5 - 0 = 5$$
$$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2.5) = 1$$

iterasi 2 :
$$x_1 = 5 - 1 = 4$$
$$x_2 = \frac{1}{4}(14 - 2.4) = \frac{3}{2}$$

iterasi 3 :
$$x_1 = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$
$$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2.\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{4}$$

(5,1)

(4,3/2)

(7/2,7/4)

CONTOH

iterasi 4 :

$$x_1 = 5 - \frac{7}{4} = \frac{13}{4}$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2.\frac{13}{4}\right) = \frac{15}{8}$$

(13/4 , 15/8)

iterasi 5 :

$$x_1 = 5 - \frac{15}{8} = \frac{25}{5}$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2.\frac{25}{8}\right) = \frac{31}{16}$$

(25/8 , 31/16)

iterasi 6 :

$$x_1 = 5 - \frac{31}{16} = \frac{49}{16}$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2.\frac{49}{16}\right) = \frac{63}{32}$$

(49/16 , 63/32)

iterasi 7 :

$$x_1 = 5 - \frac{63}{32} = \frac{97}{32}$$

$$x_2 = \frac{1}{4}\left(14 - 2.\frac{97}{32}\right) = \frac{127}{64}$$

(97/32 , 127/64)

CONTOH :

- Selesaikan sistem persamaan berikut:

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\
x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 &= 10
\end{aligned}
$$

- Augmented matrik dari persamaan linier simultan tersebut :

$$
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 6 \\
1 & 2 & -1 & 2 \\
2 & 1 & 2 & 10
\end{bmatrix}
$$

HASIL DIVERGEN

"D:\Beban_Mengajar_2005\MetNum\METODE NUMERIK 2006\Praktikum_20...

```
Nama File Matrik :input.txt
Masukkan Error yang diinginkan = 0.1
Iterasi Maksimum = 20

Ukuran Matrik = 3
¦ 1 1 1   ¦ 6
¦ 1 2 -1   ¦ 2
¦ 2 1 2   ¦ 10

0     0     0     0
1     6     -2     0     6   2   0
2     8     -3     -1.5     2   1   1.5
3     10.5     -5     -3     2.5   2   1.5
4     14     -7.5     -5.25     3.5   2.5   2.25
5     18.75     -11     -8.25     4.75   3.5   3
6     25.25     -15.75     -12.375     6.5   4.75   4.125
7     34.125     -22.25     -18     8.875   6.5   5.625
8     46.25     -31.125     -25.6875     12.125   8.875   7.6875
9     62.8125     -43.25     -36.1875     16.5625   12.125   10.5
10     85.4375     -59.8125     -50.5313     22.625   16.5625   14.3438
11     116.344     -82.4375     -70.125     30.9063   22.625   19.5938
12     158.563     -113.344     -96.8906     42.2188   30.9063   26.7656
13     216.234     -155.563     -133.453     57.6719   42.2188   36.5625
14     295.016     -213.234     -183.398     78.7813   57.6719   49.9453
15     402.633     -292.016     -251.625     107.617   78.7813   68.2266
16     549.641     -399.633     -344.824     147.008   107.617   93.1992
17     750.457     -546.641     -472.137     200.816   147.008   127.313
18     1024.78     -747.457     -646.049     274.32   200.816   173.912
19     1399.51     -1021.78     -883.617     374.729   274.32   237.568
Press any key to continue_
```

HASIL KONVERGEN

```
"D:\Beban_Mengajar_2005\MetNum\METODE NUMERIK 2006\Praktikum_20...
Nama File Matrik :input.txt
Masukkan Error yang diinginkan = 0.1
Iterasi Maksimum = 10

Ukuran Matrik = 3
| 2 1 2  | 10
| 1 2 -1  | 2
| 1 1 1  | 6

0     0     0     0
1     5     -1.5     2.5     5   1.5   2.5
2     3.25     0.625     2.125     1.75   2.125   0.375
3     2.5625     0.78125     2.65625     0.6875   0.15625   0.53125
4     1.95313     1.35156     2.69531     0.609375   0.570313   0.0390625
5     1.62891     1.5332     2.83789     0.324219   0.181641   0.142578
6     1.39551     1.72119     2.8833     0.233398   0.187988   0.0454102
7     1.2561     1.8136     2.9303     0.139404   0.0924072   0.0469971
8     1.1629     1.8837     2.9534     0.0932007   0.0700989   0.0231018
Press any key to continue_
```

ALGORITMA METODE ITERASI GAUSS-SEIDEL

(1) Masukkan matrik **A**, dan vektor **B** beserta ukurannya n

(2) Tentukan batas maksimum iterasi *max_iter*

(3) Tentukan toleransi error ε

(4) Tentukan nilai awal dari x_i, untuk i=1 s/d n

(5) Simpan x_i dalam s_i, untuk i=1 s/d n

(6) Untuk i=1 s/d n hitung :

$$x_i = \frac{1}{a_{i,i}}\left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{i,j} x_j\right)$$

$$e_i = \left| x_i - s_i \right|$$

(7) iterasi ← iterasi+1

(8) Bila iterasi lebih dari max_iter atau tidak terdapat $e_i < \varepsilon$ untuk i=1 s/d n maka proses dihentikan dari penyelesaiannya adalah x_i untuk i=1 s/d n. Bila tidak maka ulangi langkah (5)

SOAL

Selesaikan dengan Eliminasi Gauss-Jordan

- ***x1 + x2 + 2x3 = 8***

  -x1 – 2x1 + 3x3 = 1

  3x1 – 7x2 + 4x3 = 10

- ***x – y + 2z – w = -1***

  2x + y - 2z -2w = -2

  -x + 2y – 4z + w = 1

  3x - 3w = -3

- $x + \quad y + 2z = 9$

  $2x + 4y - 3z = 1$

  $3x + 6y - 5z = 0$

Selesaikan dengan Gauss Seidel

- $5x1 + 2x2 + 6x3 = 0$

  $-2x1 + x2 + 3x3 = 0$
- $x1 – 2x2 + x3 – 4x4 = 1$

  $x1 + 3x2 + 7x3 + 2x4 = 2$

  $x1 – 12x2 – 11x3 – 16x4 = 5$

CONTOH PENYELESAIAN PERMASALAHAN PERSAMAAN LINIER SIMULTAN

CONTOH 1:

Mr.X membuat 2 macam boneka A dan B. Boneka A memerlukan bahan 10 blok B1 dan 2 blok B2, sedangkan boneka B memerlukan bahan 5 blok B1 dan 6 blok B2. Berapa jumlah boneka yang dapat dihasilkan bila tersedia 80 blok bahan B1 dan 36 blok bahan B2.

Model Sistem Persamaan Linier :

- **Variabel yang dicari adalah jumlah boneka, anggap:**

  $x1$ adalah jumlah boneka A

  $x2$ adalah jumlah boneka B

- **Perhatikan dari pemakaian bahan :**

  B1: 10 bahan untuk boneka A + 5 bahan untuk boneka B = 80

  B2: 2 bahan untuk boneka A + 6 bahan untuk boneka B = 36

- Diperoleh model sistem persamaan linier

  $10\,x1 + 5\,x2 = 80$

  $2\,x1 + 6\,x2 = 36$

PENYELESAIAN CONTOH 1 :

- Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Augemented Matrik	10	5	80
	2	6	36
B1 <-- B1/10	1	0,5	8
	2	6	36
B2 <-- B2 - 2 B1	1	0,5	8
	0	5	20
B2 <-- B2/5	1	0,5	8
	0	1	4
B1 <-- B1 - 0,5 B2	1	0	6
	0	1	4

- Diperoleh x1 = 6 dan x2 = 4, artinya bahan yang tersedia dapat dibuat 6 boneka A dan 4 boneka B.

CONTOH 2 :

- Diketahui persamaan simultan sebagai berikut :

$3 = 8\,a + 4\,b + 2\,c + d$

$6 = 343\,a + 49\,b + 7\,c + d$

$14 = 512\,a + 64\,b + 8\,c + d$

$10 = 1728\,a + 144\,b + 12\,c + d$

- Selesaikan dengan Metode Eliminasi Gauss-Jordan

PENYELESAIAN CONTOH 2

Augmented Matrik	------>	8	4	2	1	3
		343	49	7	1	6
		512	64	8	1	14
		1728	144	12	1	10
B1 = B1/8	------>	1	0,5	0,25	0,125	0,375
B2 = B2 - 343 B1		0	-122,5	-78,75	-41,88	-122,6
B3 = B3 - 512 B1		0	-192	-120	-63	-178
B4 = B4 - 1728 B1		0	-720	-420	-215	-638
B2 = B2/(-122,5)	------>	1	0	-0,071	-0,046	-0,126
B1 = B1 - 0,5 B2		0	1	0,6429	0,3418	1,001
B3 = B3 + 192 B2		0	0	3,4286	2,6327	14,196
B4 = B4 + 720 B2		0	0	42,857	31,122	82,735
B3 = B3/3,4286	------>	1	0	0	0,0089	0,1702
B1 = B1 + 0,071 B3		0	1	0	-0,152	-1,661
B2 = B2 - 0,6429 B3		0	0	1	0,7679	4,1405
B4 = B4 - 42,857 B3		0	0	0	-1,786	-94,71
B4 = B4/(-1,786)	------>	1	0	0	0	-0,303
B1 = B1 - 0,0089 B4		0	1	0	0	6,39
B2 = B2 + 0,152 B4		0	0	1	0	-36,59
B3 = B3 + 0,7679 B4		0	0	0	1	53,04

a = -0,303
b = 6,39
c = -36,59
d = 53,04

y = -0,303 x3 + 6,39 x2 – 36,59 x + 53,04