

# Kontinuitas Suatu Fungsi

Fungsi  $f(x)$  dikatakan kontinu di  $x = x_0$ , jika:

1.  $f(x_0)$  terdefiniskan
2.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  ada
3.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Jika untuk  $x = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ ,  
 $f(x)$  dikatakan kontinu di sebelah kanan untuk  
 $x = a$ .

Jika untuk  $x = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ ,  
 $f(x)$  dikatakan kontinu di sebelah kiri untuk  
 $x = a$ .

# Kontinuitas Suatu Fungsi

$f(x)$  kontinu dalam interval  $a < x < b$ , jika  $f(x)$  kontinu di setiap titik dalam interval itu.

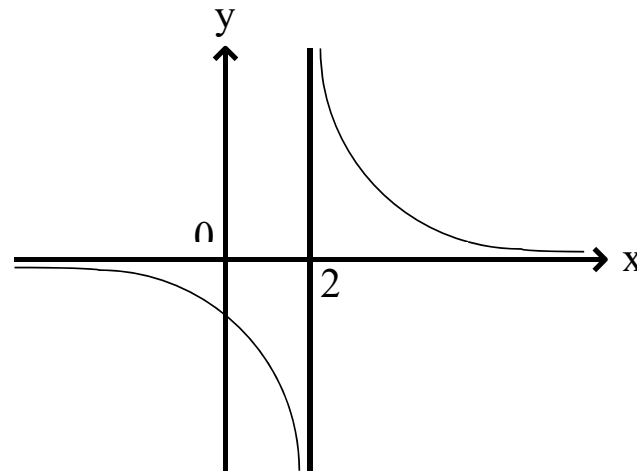
Contoh:

a.  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  diskontinu pada  $x = 2$ , karena:

i.  $f(2)$  tak terdefinisikan

ii.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  tidak ada

iii.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$

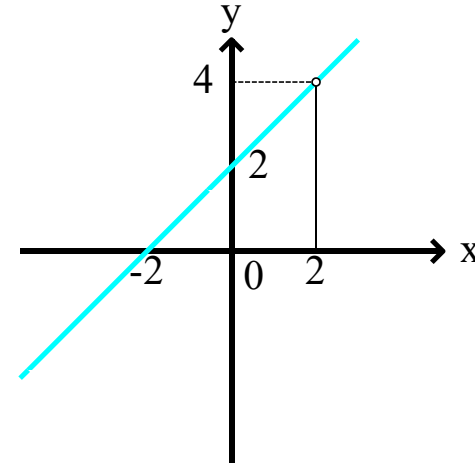


# Kontinuitas Suatu Fungsi

b.  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  diskontinu pada  $x = 2$ , karena

i.  $f(2)$  tak terdefinisikan

iii.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \neq f(2)$



Diskontinuitas ini dapat dihapuskan dengan mendefinisikan kembali fungsinya sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}, x \neq 2; f(2) = 4$$

# Kontinuitas Suatu Fungsi

c.  $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}, x \neq 3; f(3) = 9$

diskontinu pada  $x = 3$ , karena

iii.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 27 \neq f(3) = 9$

Diskontinuitas ini dapat dihapuskan dengan mendefinisikan kembali fungsinya sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}, x \neq 3; f(3) = 27$$

# Kontinuitas Suatu Fungsi

d.  $f(x) = \begin{cases} x-1, & \text{untuk } x \geq 0 \\ 0 & , \text{ untuk } x < 0 \end{cases}$

diskontinu pada  $x = 0$ , karena

ii.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  tidak ada

iii.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0) = -1$

# Kontinuitas Suatu Fungsi

## Sifat-sifat Fungsi Kontinu:

- i. Jika  $f(x)$  dan  $g(x)$  kontinu untuk  $x=a$ , maka  
 $f(x) \pm g(x)$ ,  $f(x) \cdot g(x)$ , dan  $\frac{f(x)}{g(x)}$   
kontinu juga untuk  $x=a$  asalkan pada  
 $\frac{f(x)}{g(x)}$ ,  $g(a) \neq 0$
- ii. Jika  $f(x)$  kontinu pada interval  $a \leq x \leq b$  dan  
jika  $f(a) \neq f(b)$ , maka untuk tiap bilangan  $c$   
antara  $f(a)$  dan  $f(b)$  terdapat paling sedikit  
satu nilai  $x$ , misalnya  $x=x_0$ , di mana  $f(x_0)=c$ .

# Kontinuitas Suatu Fungsi

- iii. Jika  $f(x)$  kontinu pada interval  $a \leq x \leq b$ , maka  $f(x)$  mempunyai nilai terkecil  $m$  dan nilai terbesar  $M$  pada interval itu.
- iv. Jika  $f(x)$  kontinu pada interval  $a \leq x \leq b$ , jika  $c$  adalah setiap bilangan antara  $a$  dan  $b$ , dan jika  $f(c) > 0$ , maka ada suatu bilangan  $\lambda > 0$  sedemikian rupa sehingga jika  $c - \lambda < x < c + \lambda$ , maka  $f(x) > 0$

# Kontinuitas Suatu Fungsi

Contoh: Gambarlah grafik fungsi

$$y = \frac{(x - 2)(x - 6)}{(x - 1)(x - 4)}$$

Jawab:

Asimtot tegak terdapat pada  $x=1$  dan  $x=4$

Titik potong dengan sumbu  $x$ :  $(2, 0)$  dan  $(6, 0)$

Titik potong dengan sumbu  $y$ :  $(0, 3)$

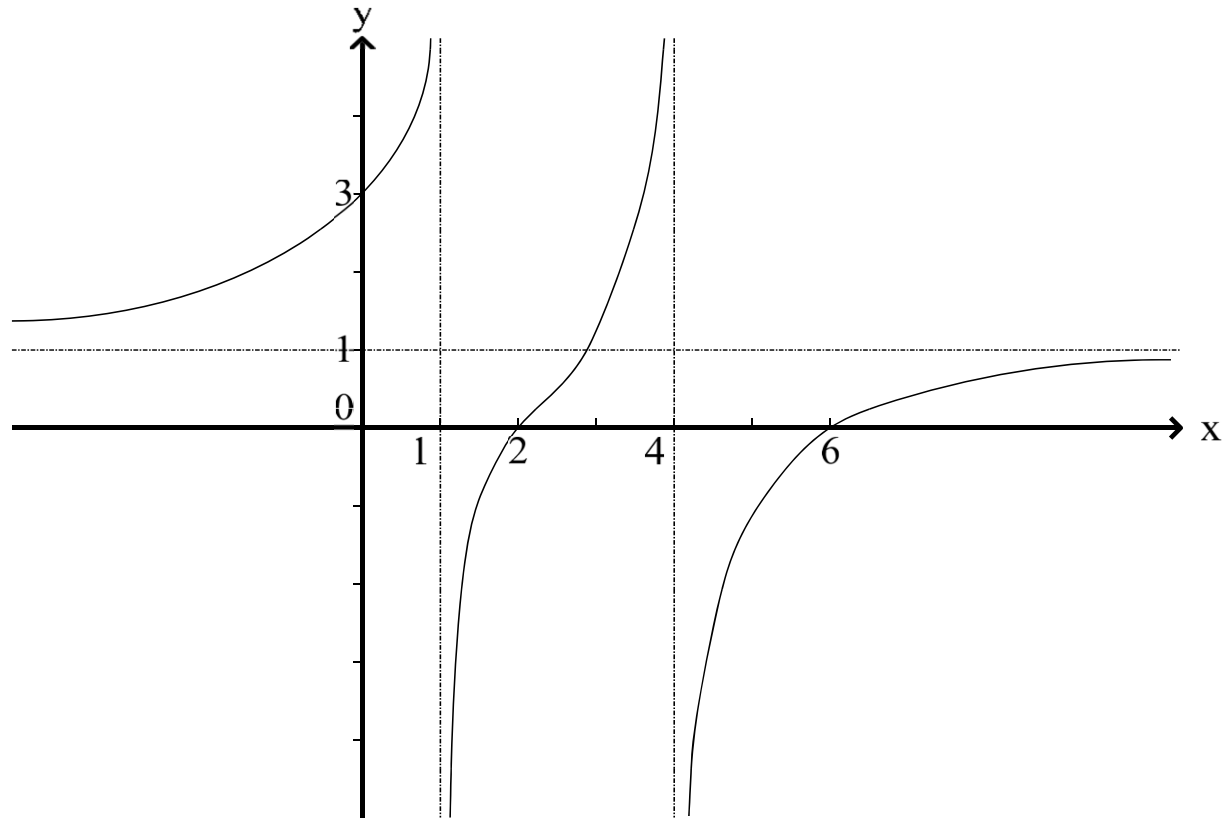
Asimtot mendatar pada  $y=1$ . Bukti:



# Kontinuitas Suatu Fungsi

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{(x-2)(x-6)}{(x-1)(x-4)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 5x + 4} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x^2 \left( 1 - \frac{8}{x} + \frac{12}{x^2} \right)}{x^2 \left( 1 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2} \right)} \right] = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{(x-2)(x-6)}{(x-1)(x-4)} \right] = 1\end{aligned}$$

# Kontinuitas Suatu Fungsi



# Kontinuitas Suatu Fungsi

## Fungsi-fungsi Monoton

$f(x)$  dikatakan monoton **naik** dalam suatu interval, bila pada setiap dua nilai  $x_1$  dan  $x_2$  yang berurutan dalam interval itu dengan  $x_1 < x_2$ , berlaku  $f(x_1) < f(x_2)$ . Interval dapat terbuka atau tertutup.

$f(x)$  dikatakan monoton **turun** dalam suatu interval, bila pada setiap dua nilai  $x_1$  dan  $x_2$  yang berurutan dalam interval itu dengan  $x_1 < x_2$ , berlaku  $f(x_1) > f(x_2)$ . Interval dapat terbuka atau tertutup.