



**LEMBAR SOAL UJIAN
FAKULTAS ILMU KOMPUTER
UNIVERSITAS DIAN NUSWANTORO SEMARANG**

JL. IMAM BONJOL NO. 207 SEMARANG TELP. 024-3575915, 024-3575916

UJIAN AKHIR SEMESTER GENAP 2015/2016

Mata Kuliah	: Metode Numerik	Sifat	: Buka Buku
Hari/Tanggal	: Rabu, 29 Juni 2016	Waktu	: 90 Menit (15.30-17.00 WIB)
Kelompok	: A11.4802	Dosen	: Mohamad Sidiq, S.Si, M.Kom

PENYELESAIAN SOAL

SOAL PERTAMA (NILAI 30)

Dengan menggunakan metode Simpson 1/3, berapa nilai dari $\int_2^6 (x - 1) dx$ jika diantara selang tersebut terdapat 9 titik kuadratik serta ketelitian sampai 2 desimal. Hitung pula nilai kesalahan (*error*) pendekatan tersebut.

PENYELESAIAN

Diketahui:

$$a = 2; b = 6; n = 9 - 1 = 8$$

$$\text{Lebar tiap bagian (segmen): } h = (b-a)/n = (6-2)/8 = 0,5$$

Titik-titik kuadratik:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
$f(x_i)$	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

$$= 0,5/3 (1 + 4(1,5) + 4(2) + 4(2,5) + 4(3) + 4(3,5) + 4(4) + 4(4,5) + 5) = 15,00$$

$$\text{Maka, nilai } \int_2^6 (x - 1) dx = 15,00$$

Hitung analitik:

$$\int_2^6 (x - 1) dx = \frac{1}{2} x^2 - x \Big|_2^6 = 12$$

$$\text{Jadi kesalahan perhitungan numerik} = 15,00 - 12 = 3,00$$

SOAL KEDUA (NILAI 35)

Hampiran nilai fungsi $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ dengan polinom interpolasi derajat tiga di dalam selang $[0,0 ; 1,2]$ dengan empat titik, $x_0 = 0,0$, $x_1 = 0,4$, $x_2 = 0,8$, dan $x_3 = 1,2$ adalah:

x_i	0,0	0,4	0,8	1,2
$f(x_i)$	1,00000	1,07703	1,28062	1,56205

Berdasarkan data-data tersebut, perkirakan nilai dari $p_3(0,5)$.

PENYELESAIAN

Polinom Lagrange derajat 3 yang menginterpolasi keempat titik di tabel adalah:

$$p_3(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) + a_2 L_2(x) + a_3 L_3(x)$$

$$p_3(x) = f(x_0) \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + f(x_1) \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} \\ + f(x_2) \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + f(x_3) \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

$$p_3(x) = 1,00000 \frac{(x-0,4)(x-0,8)(x-1,2)}{(0,0-0,4)(0,0-0,8)(0,0-1,2)} + 1,07703 \frac{(x-0,0)(x-0,8)(x-1,2)}{(0,4-0,0)(0,4-0,8)(0,4-1,2)} \\ + 1,28062 \frac{(x-0,0)(x-0,4)(x-1,2)}{(0,8-0,0)(0,8-0,4)(0,8-1,2)} + 1,56205 \frac{(x-0,0)(x-0,4)(x-0,8)}{(1,2-0,0)(1,2-0,4)(1,2-0,8)}$$

$$p_3(0,6) = 1,00000 \frac{(0,5-0,4)(0,5-0,8)(0,5-1,2)}{(0,0-0,4)(0,0-0,8)(0,0-1,2)} + 1,07703 \frac{(0,5-0,0)(0,5-0,8)(0,5-1,2)}{(0,4-0,0)(0,4-0,8)(0,4-1,2)} \\ + 1,28062 \frac{(0,5-0,0)(0,5-0,4)(0,5-1,2)}{(0,8-0,0)(0,8-0,4)(0,8-1,2)} + 1,56205 \frac{(0,5-0,0)(0,5-0,4)(0,5-0,8)}{(1,2-0,0)(1,2-0,4)(1,2-0,8)}$$

$$p_3(0,5) = 1,11797$$

SOAL KETIGA (NILAI 35)

Diberikan data dalam bentuk tabel berikut:

x_i	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
$f(x_i)$	3,669	4,482	5,474	6,686	8,166	9,974

Hitunglah nilai dari $f'(x_i)$ (1,8) dengan menggunakan metode selisih mundur.

Hitung pula nilai *error* pendekatan metode ini.

PENYELESAIAN

Dalam hal ini, $x=1,8$ dan $h = 0,1$.

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

$$f'(1,8) = \frac{f(1,8+0,1) - f(1,8-0,1)}{2(0,1)}$$

$$f'(1,8) = \frac{f(1,9) - f(1,7)}{0,2} = \frac{6,686 - 5,474}{0,2} = \frac{1,212}{0,2} = 6,060$$

$$E(f) = -\frac{1}{2}hf''(x)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

$$f''(1,8) = \frac{f(1,8+0,1) - 2f(1,8) + f(1,8-0,1)}{(0,1)^2}$$

$$f''(1,8) = \frac{f(1,9) - 2f(1,8) + f(1,7)}{0,01}$$

Mencari nilai $f(1,8)$:

$$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

$$f(x) = hf'(x) + f(x-h)$$

$$f(1,8) = 0,1f'(1,8) + f(1,8-0,1)$$

$$f(1,8) = 0,1f'(1,8) + f(1,7)$$

$$f(1,8) = 0,1 * 6,060 + 5,474 = 6,080$$

Jadi,

$$f''(1,8) = \frac{f(1,9) - 2f(1,8) + f(1,7)}{0,01} = \frac{6,686 - 2 * 6,080 + 5,474}{0,01} = 0$$

Sehingga,

$$E(f) = -\frac{1}{2}hf''(x) = -\frac{1}{2} * 0,1 * f''(1,8) = 0$$