

MODUL III

TEORI BAHASA DAN AUTOMATA

Tujuan :

Mahasiswa memahami Finite State Automata (FSA) dan dapat menyederhanakan sebuah FSA.

Materi :

- Useless state
- State distinguishable dan state indistinguishable
- Implementasi reduksi

REDUKSI JUMLAH STATE

Untuk suatu bahasa regular kemungkinan ada sejumlah DFA yang dapat menerimanya. Perbedaannya umumnya adalah pada jumlah state yang dimiliki oleh otomata-otomata yang saling ekuivalen tersebut.

Tentunya secara praktis FSA dengan jumlah state yang lebih sedikit merupakan FSA yang paling efisien.

Untuk mendapatkan FSA yang efisien maka perlu dievaluasi dan direduksi jumlah state dari FSA tersebut dengan tidak mengurangi kemampuan semula dalam menerima suatu bahasa.

Setiap pasangan state didalam suatu FSA dapat dikelompokkan atas :

- indistinguishable state
- distinguishable state

Distinguishable state adalah pasangan state yang dapat dibedakan, sedangkan indistinguishable state adalah pasangan state yang tidak dapat dibedakan.

Untuk state-state yang indistinguishable pada prinsipnya dapat digabungkan menjadi satu state. Reduksi jumlah state dapat dilakukan dengan pendekatan tersebut.

InDistinguishable State

Dua buah state p dan q dari sebuah FSA dikatakan indistinguishable jika :

$$\delta(q, w) \in F \quad \text{begitu pula} \quad \delta(p, w) \in F$$

dan

$$\delta(q, w) \notin F \quad \text{begitu pula} \quad \delta(p, w) \notin F$$

untuk semua $w \in \Sigma^*$

Distinguishable State

Dua buah state p dan q dari sebuah FSA dikatakan distinguishable jika ada string $w \in \Sigma^*$ sedemikian sehingga :

$$\delta(q, w) \in F \quad \text{sedangkan} \quad \delta(p, w) \notin F$$

Relasi-relasi

Pasangan dua buah state memiliki salah satu kemungkinan : distinguishable atau indistinguishable tetapi tidak kedua-duanya. Dalam hal ini terdapat sebuah relasi :

Jika p dan q indistinguishable,
dan q dan r juga indistinguishable
maka p, q , dan r indistinguishable

Dalam melakukan evaluasi state, didefinisikan suatu relasi :

Untuk Q adalah himpunan semua state

D adalah himpunan state-state distinguishable, dimana $D \subset Q$

N adalah himpunan state-state indistinguishable, dimana $N \subset Q$

maka $x \in N$ jika $x \in Q$ dan $x \notin D$

IMPLEMENTASI REDUKSI

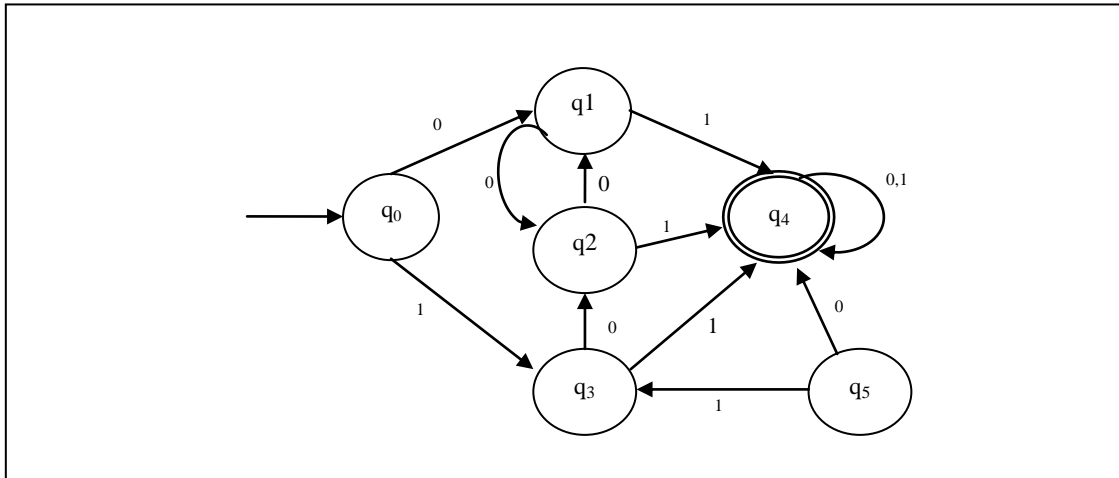
Implementasi reduksi state dari suatu FSA dapat dilakukan sebagai berikut :

1. Hapuslah semua state tidak dapat dicapai dari state awal (useless state)
2. Identifikasi state-state yang indistinguishable dan gabungkan

Secara lebih detil tahapan-tahapannya adalah sebagai berikut :

1. Hapuslah semua useless state
2. Buatlah semua pasangan state (p, q) yang distinguishable, dimana $p \in F$ dan $q \notin F$. Catat semua pasangan-pasangan state tersebut.
3. Untuk semua state lakukan pencarian state lainnya yang distinguishable dengan aturan:
"Untuk semua (p, q) dan semua $a \in \Sigma$, hitunglah $\delta(p, a) = p_a$ dan $\delta(q, a) = q_a$.
Jika pasangan (p_a, q_a) adalah pasangan state yang distinguishable maka pasangan (p, q) juga termasuk pasangan yang distinguishable.
4. Semua pasangan state yang tidak termasuk sebagai state yang distinguishable, adalah state-state indistinguishable.
5. Beberapa state yang indistinguishable dapat digabungkan menjadi satu state.
6. Sesuaikan transisi dari state-state gabungan tersebut.

Sebagai contoh adalah sebagai berikut :



Secara bertahap dilakukan reduksi sebagai berikut :

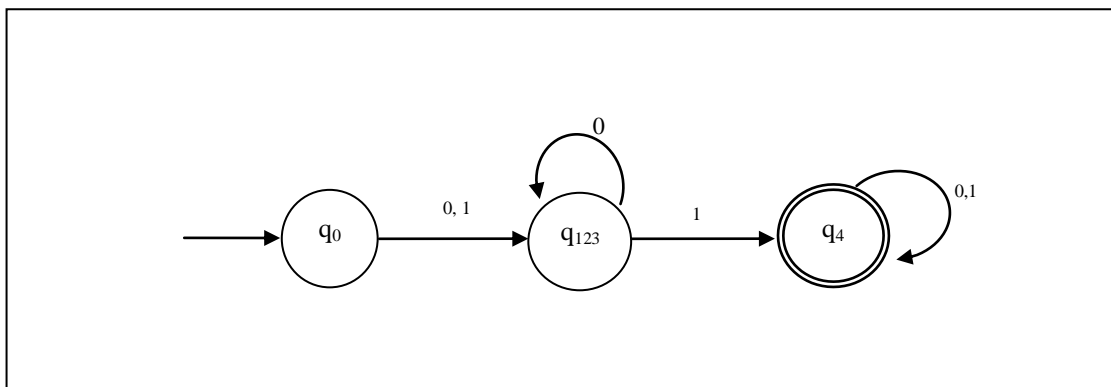
1. State q_5 tidak dapat dicapai dari state awal dengan jalan apapun (useless state).
Hapus state q_5
2. Catat state-state distinguishable, yaitu :
 $q_4 \in F$ sedang $q_0, q_1, q_2, q_3 \notin F$
 sehingga pasangan (q_0, q_4) (q_1, q_4) (q_2, q_4) dan (q_3, q_4) adalah distinguishable.
3. Pasangan-pasangan state lain yang distinguishable diturunkan berdasarkan pasangan dari langkah 2, yaitu :
 - Untuk pasangan (q_0, q_1)
 $\delta(q_0, 0) = q_1$ dan $\delta(q_1, 0) = q_2 \rightarrow$ belum teridentifikasi
 $\delta(q_0, 1) = q_3$ dan $\delta(q_1, 1) = q_4 \rightarrow (q_3, q_4)$ distinguishable maka
 (q_0, q_1) adalah distinguishable.
 - Untuk pasangan (q_0, q_2)
 $\delta(q_0, 0) = q_1$ dan $\delta(q_2, 0) = q_1 \rightarrow$ belum teridentifikasi
 $\delta(q_0, 1) = q_3$ dan $\delta(q_2, 1) = q_4 \rightarrow (q_3, q_4)$ distinguishable maka
 (q_0, q_2) adalah distinguishable.
 - Untuk pasangan (q_0, q_3)
 $\delta(q_0, 0) = q_1$ dan $\delta(q_3, 0) = q_2 \rightarrow$ belum teridentifikasi
 $\delta(q_0, 1) = q_3$ dan $\delta(q_3, 1) = q_4 \rightarrow (q_3, q_4)$ distinguishable maka
 (q_0, q_3) adalah distinguishable.

- Untuk pasangan (q1, q2)
 $\delta(q1, 0) = q2$ dan $\delta(q2, 0) = q1 \rightarrow$ belum teridentifikasi dan $q1, q2 \notin F$
 $\delta(q1, 1) = q4$ dan $\delta(q2, 1) = q4 \rightarrow q4 \in F$, maka (q1,q2) mungkin indistinguishable.
- Untuk pasangan (q1, q3)
 $\delta(q1, 0) = q2$ dan $\delta(q3, 0) = q2 \rightarrow$ belum teridentifikasi dan $q2 \notin F$
 $\delta(q1, 1) = q4$ dan $\delta(q3, 1) = q4 \rightarrow q4 \in F$, maka (q1,q3) mungkin indistinguishable.
- Untuk pasangan (q2, q3)
 $\delta(q2, 0) = q1$ dan $\delta(q3, 0) = q2 \rightarrow$ belum teridentifikasi dan $q1, q2 \notin F$
 $\delta(q2, 1) = q4$ dan $\delta(q3, 1) = q4 \rightarrow q4 \in F$, maka (q2,q3) mungkin indistinguishable.

Karena berdasarkan relasi-relasi yang ada, tidak dapat dibuktikan (q1, q2), (q1, q3) dan (q2, q3) distinguishable, sehingga disimpulkan pasangan-pasangan state tersebut indistinguishable.

4. Karena q1 indistinguishable dengan q2, q2 indistinguishable dengan q3, maka dapat disimpulkan q1, q2, q3 saling indistinguishable dan dapat dijadikan satu state.

Berdasarkan langkah 1 s/d 4, dapat digambarkan DFA yang sudah direduksi statenya sebagai berikut.



Kedua mesin sebelum dan sesudah direduksi akan tetap menerima bahasa yang sama.