

MODUL XII

TEORI BAHASA DAN AUTOMATA

Tujuan :

Mahasiswa memahami tentang bentuk rekursif dari suatu CFG dan menurunkan suatu tata bahasa bebas konteks tanpa rekursif kiri

Materi :

- Aturan Produksi Rekursif
- Tahapan penghilangan Rekursif Kiri

PENGHILANGAN REKURSIF KIRI

Aturan Produksi Rekursif

Aturan Produksi yang rekursif memiliki ruas kanan (hasil produksi) yang memuat simbol variabel pada ruas kiri. Sebuah aturan produksi dalam bentuk:

$$A \rightarrow \beta A$$

merupakan aturan produksi yang rekursif kanan:

$\beta(V \cup T)^*$ atau kumpulan symbol variabel dan terminal

Contoh aturan produksi yang rekursif kanan:

$$S \rightarrow dS$$

$$B \rightarrow adB$$

Produksi dalam bentuk:

$$A \rightarrow \beta A$$

merupakan aturan produksi yang rekursif kiri, contohnya:

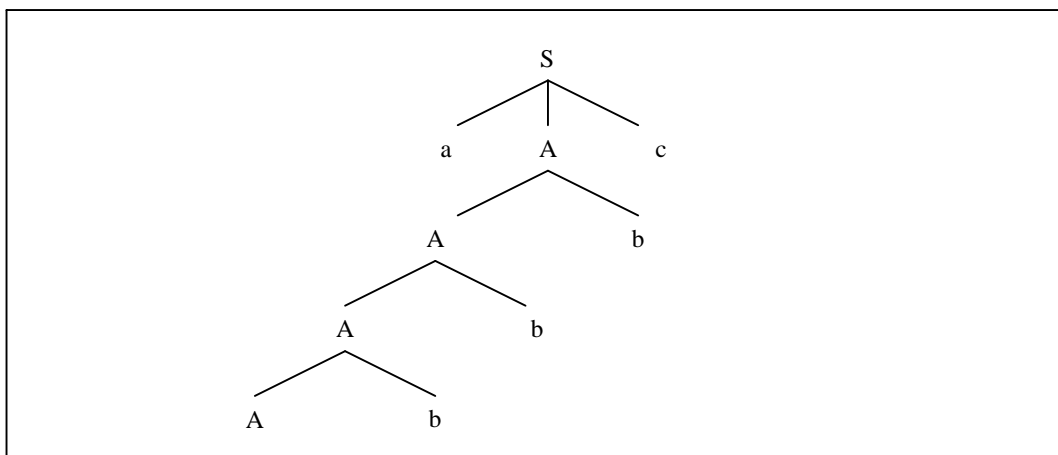
$$S \rightarrow Sd$$

$$B \rightarrow Bad$$

Produksi yang rekursif kanan menyebabkan pohon penurunan tumbuh ke kanan, sebaliknya produksi yang rekursif ke kiri menyebabkan pohon penurunan tumbuh ke kiri. Bisa dilihat pohon penurunan pada gambar 2 dari tata bahasa bebas konteks dengan aturan produksi:

$$S \rightarrow aAc$$

$$A \rightarrow Ab \mid \varepsilon$$



Gambar 2. Pohon penurunan sebuah CFG yang rekursif kiri.

Dalam banyak penerapan tata bahasa, rekursif kiri tak diinginkan. Untuk menghindari penurunan yang bisa mengakibatkan loop hilangkan sifat rekursif kiri dari aturan produksi.

Tahapan Penghilangan Rekursif Kiri

Langkah-langkah penghilangan rekursif kiri:

- Pisahkan aturan produksi yang rekursif kiri dan yang tidak, misal:

Aturan produksi yang rekursif kiri:

$$A \rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid A\alpha_3 \mid \dots A\alpha_n$$

Aturan produksi yang tidak rekursif kiri (termasuk produksi ε)

$$A \rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3 \mid \dots \mid \beta_m$$

- Dari situ kita bisa tentukan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ dan $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ dari setiap aturan produksi yang memiliki symbol ruas kiri yang sama.
- Lakukan penggantian aturan produksi yang rekursif kiri, menjadi sebagai berikut:

$$1) A \rightarrow \beta_1 Z \mid \beta_2 Z \mid \dots \beta_m Z$$

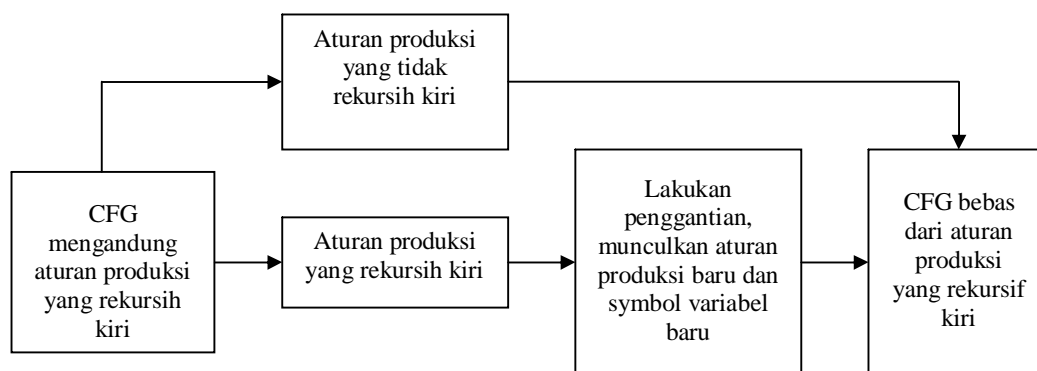
$$2) Z \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \mid \alpha_3 \mid \dots \alpha_n$$

$$3) Z \rightarrow \alpha_1 Z \mid \alpha_2 Z \mid \alpha_3 Z \mid \dots \alpha_n Z$$

Penggantian diatas dilakukan untuk setiap aturan produksi dengan symbol ruas kiri yang sama. Bisa muncul symbol variabel baru Z_1, Z_2 dan seterusnya sesuai banyaknya variabel yang menghasilkan produksi ang rekursif kiri.

- Hasil akhir berupa aturan produksi pengganti ditambah dengan aturan produksi semula yang tidak rekursif kiri.

Tahapan-tahapan tersebut bisa dilihat pada gambar 3.



Gambar 2. Tahapan penghilangan rekursif kiri.

Penghilangan rekursif kiri memungkinkan suatu tata bahasa bebas konteks nantinya diubah ke dalam *bentuk normal Greibach*.

Contoh, tata bahasa bebas konteks:

$$S \rightarrow Sab \mid aSc \mid dd \mid ff \mid Sbd$$

Pertama-tama kita lakukan pemisahan aturan produksi

Aturan produksi yang rekursif kiri:

$$S \rightarrow Sab \mid Sbd$$

Dari situ kita tentukan:

untuk symbol ruas kiri S : $\alpha_1 = ab$, $\alpha_2 = bd$

Aturan produksi yang tidak rekursif kiri:

$$S \rightarrow aSc \mid dd \mid ff$$

Dari situ kita dapatkan:

untuk symbol ruas kiri S : $\beta_1 = aSc$, $\beta_2 = dd$, $\beta_3 = ff$

Kita lakukan penggantian aturan produksi yang rekursif kiri:

Untuk yang memiliki symbol ruas kiri S:

$S \rightarrow Sab \mid Sbd$, digantikan oleh:

i. $S \rightarrow aScZ_1 \mid dd Z_1 \mid ff Z_1$

ii. $Z_1 \rightarrow ab \mid bd$

iii. $Z_1 \rightarrow ab Z_1 \mid bd Z_1$

Hasil akhir setelah penghilangan rekursif kiri adalah:

$$S \rightarrow aSc \mid dd \mid ff$$

$$S \rightarrow aScZ_1 \mid dd Z_1 \mid ff Z_1$$

$$Z_1 \rightarrow ab \mid bd$$

$$Z_1 \rightarrow ab Z_1 \mid bd Z_1$$

Pada kasus diatas S adalah satu-satunya symbol variabel yang menghasilkan produksi rekursif kiri:

Contoh lain, tedapat tata bahasa bebas konteks:

$$S \rightarrow Sab \mid Sb \mid cA$$

$$S \rightarrow Aa \mid a \mid bd$$

Pertama-tama kita lakukan pemisahan aturan produksi

Aturan produksi yang rekursif kiri:

$$S \rightarrow Sab \mid Sb$$

$$A \rightarrow Aa$$

Dapat ditentukan:

untuk symbol ruas kiri S : $\alpha_1 = ab$, $\alpha_2 = b$

untuk symbol ruas kiri A : $\alpha_1 = a$

Aturan produksi yang tidak rekursif kiri:

$$S \rightarrow cA$$

$$A \rightarrow a \mid bd$$

Sehingga didapatkan:

untuk symbol ruas kiri S : $\beta_1 = cA$

untuk symbol ruas kiri A : $\beta_1 = a, \beta_2 = bd$

Lakukan penggantian aturan produksi yang rekursif kiri:

Untuk yang memiliki symbol ruas kiri S:

$S \rightarrow Sab \mid Sb$, digantikan oleh:

i. $S \rightarrow cAZ_1$

ii. $Z_1 \rightarrow ab \mid b$

iii. $Z_1 \rightarrow ab Z_1 \mid bZ_1$

Untuk yang memiliki symbol ruas kiri A:

$A \rightarrow Aa$, digantikan oleh:

i. $A \rightarrow aZ_2 \mid bdZ_2$

ii. $Z_2 \rightarrow a$

iii. $Z_2 \rightarrow aZ_2$

Hasil akhir setelah penghilangan rekursif kiri adalah:

$$S \rightarrow cA$$

$$A \rightarrow a \mid bd$$

$$S \rightarrow cAZ_1$$

$$Z_1 \rightarrow ab \mid b$$

$$Z_1 \rightarrow ab Z_1 \mid bZ_1$$

$$A \rightarrow aZ_2 \mid bdZ_2$$

$$Z_2 \rightarrow a$$

$$Z_2 \rightarrow aZ_2$$

Perhatikan bahwa penghilangan rekursif kiri memunculkan symbol variabel baru, dan aturan produksi baru yang rekursif kanan.

Contoh:

Terdapat tata bahasa bebas konteks:

$$S \rightarrow Sa \mid aAc \mid c \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow Ab \mid ba$$

Pertama-tama kita lakukan pemisahan aturan produksi

Aturan produksi yang rekursif kiri:

$$S \rightarrow Sa$$

$$A \rightarrow Ab$$

Dapat ditentukan:

untuk symbol ruas kiri S : $\alpha_1 = a$

untuk symbol ruas kiri A : $\alpha_1 = b$

Aturan produksi yang tidak rekursif kiri:

$$S \rightarrow aAc \mid c \mid \varepsilon$$

$$A \rightarrow ba$$

Sehingga didapatkan:

untuk symbol ruas kiri S : $\beta_1 = cA, \beta_2 = c, \beta_3 = \varepsilon$

untuk symbol ruas kiri A : $\beta_1 = ba$

Perhatikan

produksi ε termasuk produksi yang tidak rekursif kiri.

Kita lakukan penggantian aturan produksi yang rekursif kiri:

Untuk yang memiliki symbol ruas kiri S:

$S \rightarrow Sa$, digantikan oleh:

$$i. S \rightarrow aAcZ_1 \mid cZ_1 \mid Z_1$$

$$ii. Z_1 \rightarrow a$$

$$iii. Z_1 \rightarrow aZ_1$$

Untuk yang memiliki symbol ruas kiri A:

$A \rightarrow Ab$, digantikan oleh:

$$i. A \rightarrow baZ_2$$

$$ii. Z_2 \rightarrow b$$

$$iii. Z_2 \rightarrow bZ_2$$

Hasil akhir setelah penghilangan rekursif kiri adalah:

$$S \rightarrow aAc \mid c \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow aAcZ_1 \mid cZ_1 \mid Z_1$$

$$A \rightarrow ba$$

$$A \rightarrow baZ_2$$

$$Z_1 \rightarrow a$$

$$Z_1 \rightarrow aZ_1$$

$$Z_2 \rightarrow b$$

$$Z_2 \rightarrow bZ_2$$