

MODUL V

TEORI BAHASA DAN AUTOMATA

Tujuan :

Mahasiswa memahami NFA dengan e-move, dapat melakukan ekivalensi ke NFA tanpa e-move dan operasi gabungan/konkatenasi.

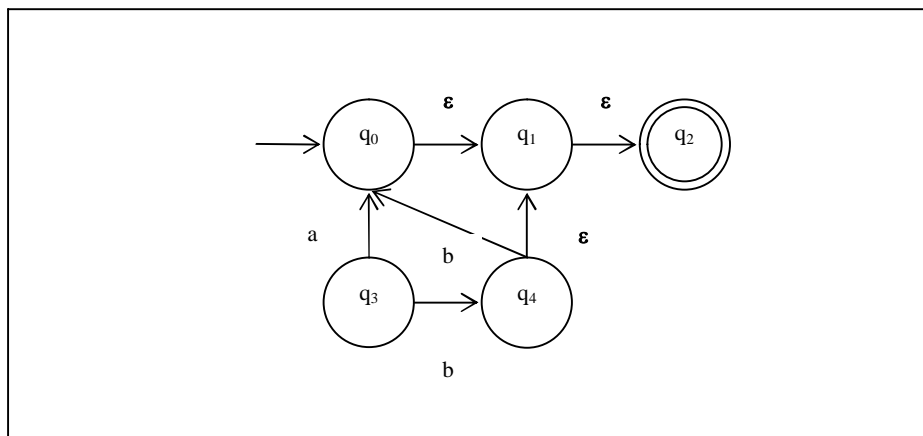
Materi :

- NFA dengan e-move
- Ekivalensi NFA dengan e-move dan NFA tanpa e-move
- Gabungan dan Konkatenasi

NON-DETERMINISTIC FINITE AUTOMATA DENGAN ϵ -MOVE

Non-deterministic Finite Automata dengan ϵ -move (NFA ϵ -move)

Disini kita mempunyai jenis otomata baru yang disebut *Non-deterministic Finite Automata* dengan ϵ -move (ϵ disini bisa dianggap sebagai *empty*). Pada *Non-deterministic Finite Automata* dengan ϵ -move (transisi ϵ), diperbolehkan merubah *state* tanpa membaca input. Disebut dengan transisi ϵ karena tidak bergantung pada suatu input ketika melakukan transisi. Contohnya bisa dilihat pada gambar1



Gambar 1. Mesin NFA dengan ϵ -move

Penjelasan gambar 1

- dari q_0 tanpa membaca input dapat berpindah ke q_1
- dari q_1 tanpa membaca input dapat berpindah ke q_2
- dari q_4 tanpa membaca input dapat berpindah ke q_1

Salah satu kegunaan dari transisi ϵ ini memudahkan kita untuk mengkombinasikan finite state automata.

ϵ -closure untuk NFA ϵ -move.

Sekarang kita akan menambah suatu pengertian baru yang disebut ϵ -closure. ϵ -closure adalah himpunan *state-state* yang dapat dicapai dari suatu *state* tanpa membaca input. Misalkan saja ϵ -closure(q_0) = himpunan-himpunan *state-state* yang

dapat dicapai dari state q_0 tanpa membaca input. Maka dengan melihat gambar ϵ -closure (q_0) = $\{q_0, q_1, q_2\}$, artinya dari *state* q_0 tanpa membaca input dapat mencapai *state* q_0 , q_1 , dan q_2 . ϵ -closure untuk *state* lainnya bisa dilihat sebagai berikut:

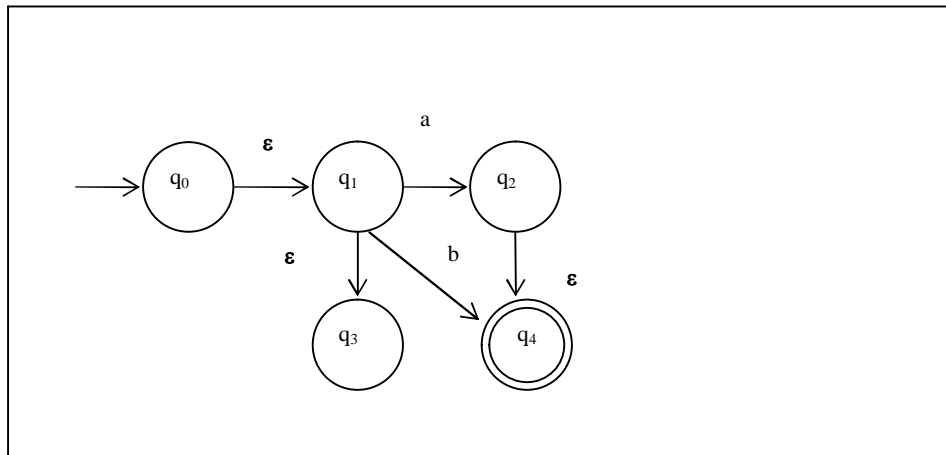
$$\epsilon\text{-closure}(q_1) = \{q_1, q_2\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_2) = \{q_2\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_3) = \{q_3\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_4) = \{q_1, q_2, q_4\}$$

Contoh lain kita lihat pada gambar 2.



Gambar 2 Mesin NFA dengan ϵ -move

Dari gambar 2 kita ketahui ϵ -closure untuk setiap *state* adalah:

$$\epsilon\text{-closure}(q_0) = \{q_0, q_1, q_3\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_1) = \{q_1, q_3\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_2) = \{q_2, q_4\}$$

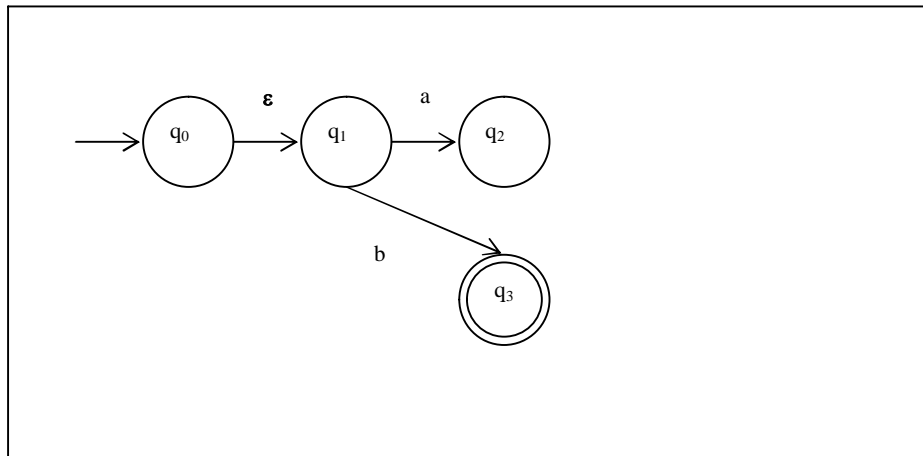
$$\epsilon\text{-closure}(q_3) = \{q_3\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(q_4) = \{q_4\}$$

* Perhatikan : pada suatu *state* yang tidak memiliki transisi ϵ , maka ϵ -closure-nya adalah *state* itu sendiri.

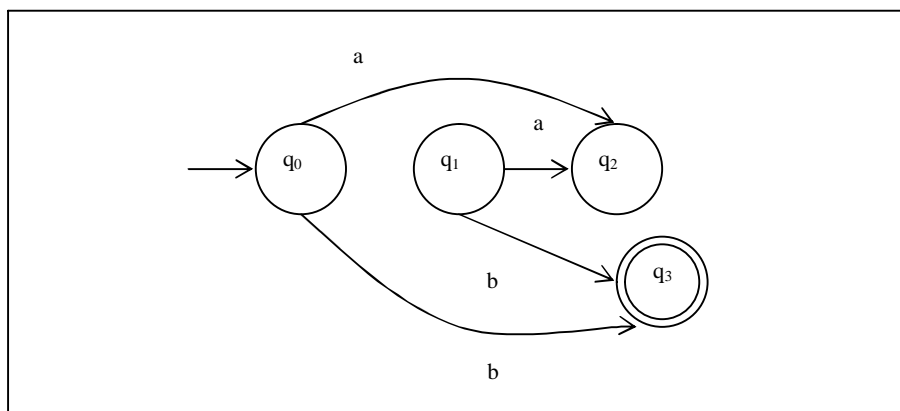
Ekivalensi NFA ϵ -move ke NFA tanpa ϵ -move

Dari sebuah *Non-deterministic Finite Automata* dengan ϵ -move dapat kita peroleh *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move yang ekuivalen. (Dalam buku ini sebutan NFA saja mengacu pada NFA tanpa ϵ -move). Contohnya bila kita punya NFA, seperti pada gambar 3.



Gambar 3. NFA ϵ -move

Gambar 4 adalah NFA tanpa ϵ -move yang ekuivalen dengan NFA ϵ -move pada Gbr. 3



Gambar 4. NFA ϵ -move

Perhatikan bahwa *Non-deterministic Finite Automata* ϵ -move semula menerima bahasa yang membuat string 'b', selanjutnya kita lihat bahwa *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move pada gambar juga mampu menerima bahasa yang memuat string 'b'. Maka kita dapat menyatakan bahwa kedua mesin tersebut ekuivalen, karena mampu menerima bahasa yang sama.

Tentu saja bila gambarnya tidak sesederhana itu, kita perlu melakukan beberapa tahapan untuk mendapatkan perubahan dari *Non-deterministic Finite Automata* ϵ -move ke *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move. Caranya secara umum adalah sebagai berikut:

1. Buat table transisi *Non-deterministic Finite Automata* dengan ϵ -move semula
2. Tentukan ϵ -closure untuk setiap state
3. Carilah setiap fungsi transisi hasil perubahan dari *Non-deterministic Finite Automata* ϵ -move ke *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move (kita sebut saja sebagai δ') dimana δ' didapatkan dengan rumus:

$$\delta'(\text{state}, \text{input}) = \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(\text{state}, \text{input}))$$
4. Berdasarkan hasil no (3), kita bisa membuat table transisi dan diagram transisi dari *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move yang ekuivalen dengan *Non-deterministic Finite Automata* ϵ -move tersebut.
5. Jangan lupa menentukan state-state akhir untuk *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ϵ -move tersebut, yaitu state-state akhir semula ditambah dengan *state-state* yang $\epsilon_closure$ -nya menuju ke salah satu dari *state* akhir semula. Dalam bahasa formalnya:

$$F' = F \cup \{q / (\epsilon_closure(q) \cap F) \neq \emptyset\}$$

Misal: bila semula $F = \{q_0, q_3\}$, $\epsilon_closure \{q_1\} = \{q_0, q_2\}$, maka $F' = \{q_0, q_1, q_3\}$.

Tabel transisi dari NFA ϵ -move pada gambar 3.

δ	a	b
q_0	\emptyset	\emptyset
q_1	q_2	q_3
q_2	\emptyset	\emptyset
q_3	\emptyset	\emptyset

Dari *Non-deterministic Finite Automata* ϵ -move pada gambar kita bisa tentukan ϵ -closure untuk setiap *state* (ϵ -closure bisa juga kita singkat sebagai ϵ -cl):

$$\epsilon_cl(q_0) = \{q_0, q_1\}$$

$$\epsilon_cl(q_1) = \{q_1\}$$

$$\epsilon_cl(q_2) = \{q_2\}$$

$$\epsilon_cl(q_3) = \{q_3\}$$

Kemudian kita cari δ' dengan memanfaatkan table transisi dan ϵ -closure yang kita peroleh sebelumnya, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\delta'(q_0, a) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_0), a)) \\ &= \epsilon_closure(\delta(\{q_0, q_1\}, a)) \\ &= \epsilon_closure(q_2) \\ &= \{q_2\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta'(q_0, b) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_0), b)) \\ &= \epsilon_closure(\delta(\{q_0, q_1\}, b)) \\ &= \epsilon_closure(q_3) \\ &= \{q_3\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta'(q_1, a) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_1), a)) \\ &= \epsilon_closure(\delta(\{q_1\}, a)) \\ &= \epsilon_closure(q_3) \\ &= \{q_3\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta'(q_1, b) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_1), b)) \\ &= \epsilon_closure(\delta(\{q_1\}, b)) \\ &= \epsilon_closure(q_3) \\ &= \{q_3\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta'(q_2, a) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_2), a)) \\ &= \epsilon_closure(\delta(\{q_2\}, a)) \\ &= \epsilon_closure(\emptyset) \\ &= \emptyset\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta'(q_2, b) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q_2), b)) \\
 &= \varepsilon_closure (\delta(\{q_2\}, b)) \\
 &= \varepsilon_closure (\emptyset) \\
 &= \emptyset
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta'(q_3, a) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q_3), a)) \\
 &= \varepsilon_closure (\delta(\{q_3\}, a)) \\
 &= \varepsilon_closure (\emptyset) \\
 &= \emptyset
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta'(q_3, b) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q_3), b)) \\
 &= \varepsilon_closure (\delta(\{q_3\}, b)) \\
 &= \varepsilon_closure (\emptyset) \\
 &= \emptyset
 \end{aligned}$$

Bisa kita lihat table transisi untuk NFA tanpa ε -move dari hasil diatas:

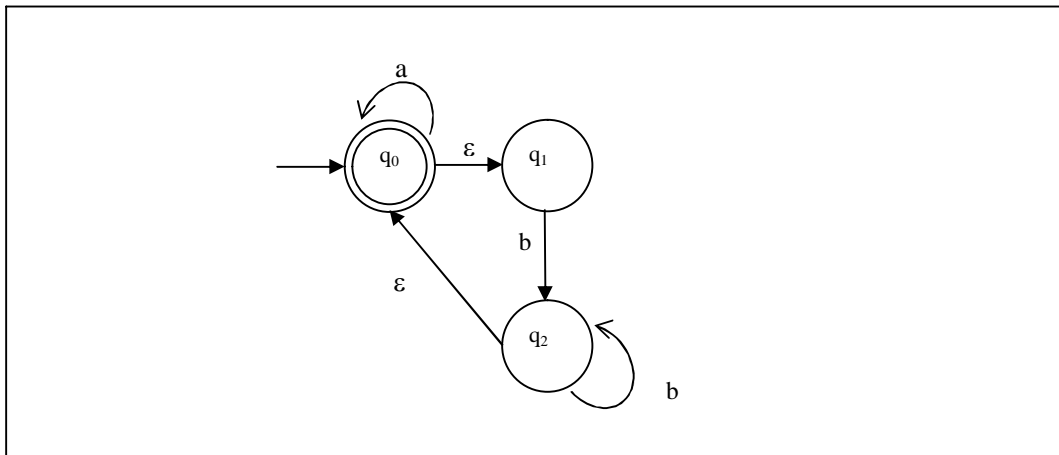
δ	a	b
q_0	q_2	q_3
q_1	q_2	q_3
q_2	\emptyset	\emptyset
q_3	\emptyset	\emptyset

Akhirnya kita tentukan himpunan state akhir untuk *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ε -move ini. Himpunan *state* akhir semula adalah $\{q_3\}$. Karena tidak ada state lain yang ε -closure-nya memuat q_3 , maka himpunan state akhir sekarang tetap $\{q_3\}$.

Sekarang anda dapat menggambarkan *Non-deterministic Finite Automata* tanpa ε -move. Periksalah gambarnya dengan gambar

*Perhatikan karena disini mesin *Non-deterministic Finite Automata* maka state \emptyset tidak perlu kita munculkan dalam diagram transisi.

Kita coba dengan contoh alin, perhatikan gambar 5.



Gambar 5. NFA ϵ -move

Lihat table transisi untuk NFA ϵ -move pada gambar

δ	a	B
q_0	$\{q_0\}$	\emptyset
q_1	\emptyset	$\{q_2\}$
q_2	\emptyset	$\{q_2\}$

Kita tentukan ϵ -cl untuk setiap state dari gambar:

$$\epsilon_cl(q_0) = \{q_0, q_1\}$$

$$\epsilon_cl(q_1) = \{q_1\}$$

$$\epsilon_cl(q_2) = \{q_0, q_1, q_2\}$$

Selanjutnya kita tentukan δ' sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \delta'(q_0, a) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_0), a)) \\
 &= \epsilon_closure(\delta(\{q_0, q_1\}, a)) \\
 &= \epsilon_closure(q_0) \\
 &= \{q_0, q_1\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta'(q_0, b) &= \epsilon_closure(\delta(\epsilon_closure(q_0), b)) \\
 &= \epsilon_closure(\delta(\{q_0, q_1\}, b)) \\
 &= \epsilon_closure(q_2) \\
 &= \{q_0, q_1, q_2\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta'(q1,a) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q1),a)) \\
&= \varepsilon_closure (\delta(\{q1\},a)) \\
&= \varepsilon_closure (\emptyset) \\
&= \emptyset
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta'(q1,b) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q1),b)) \\
&= \varepsilon_closure (\delta(\{q1\},b)) \\
&= \varepsilon_closure (q2) \\
&= \{q0,q1,q2\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta'(q2,a) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q2),a)) \\
&= \varepsilon_closure (\delta(\{q0,q1,q2\},a)) \\
&= \varepsilon_closure (q0) \\
&= \{q0,q1\}
\end{aligned}$$

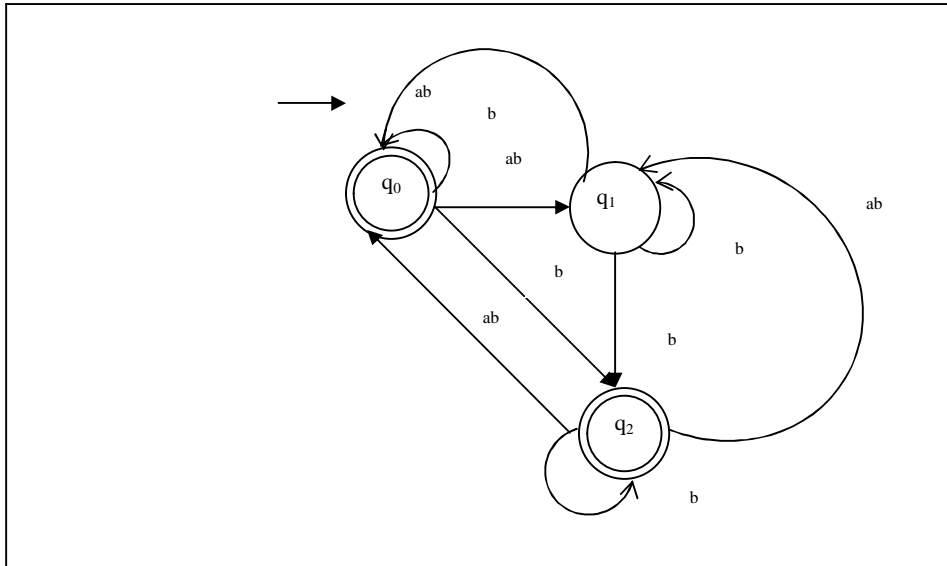
$$\begin{aligned}
\delta'(q2,b) &= \varepsilon_closure (\delta(\varepsilon_closure(q2),b)) \\
&= \varepsilon_closure (\delta(\{q0,q1,q2\},b)) \\
&= \varepsilon_closure (q2) \\
&= \{q0,q1,q2\}
\end{aligned}$$

Berdasarkan hasil diatas dapat kita buat table transisi untuk NFA tanpa ε -move :

δ	a	b
q0	{q0,q1}	{q0,q1,q2}
q1	\emptyset	{q0,q1,q2}
q2	{q0,q1}	{q0,q1,q2}

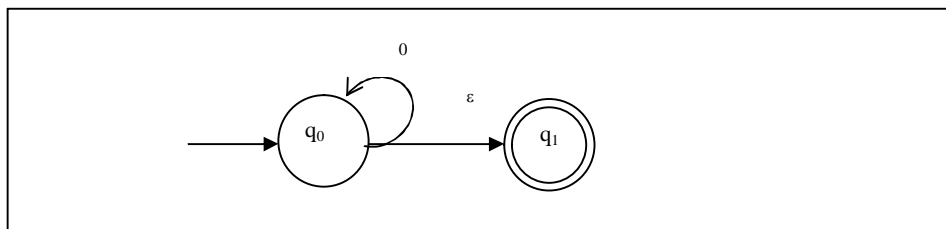
Akhirnya kita tentukan himpunan state akhir untuk Non-deterministic Finite Automata tanpa ε -move ini. Himpunan state akhir semula adalah {q0}. Kita lihat $\varepsilon_cl (q2) = \{q0,q1,q2\}$. Sehingga himpunan state akhir sekarang {q0,q2}.

Sekarang kita dapat membuat diagram transisi untuk Non-deterministic Finite Automata tanpa ε -move, yang dapat dilihat pada gambar 6:

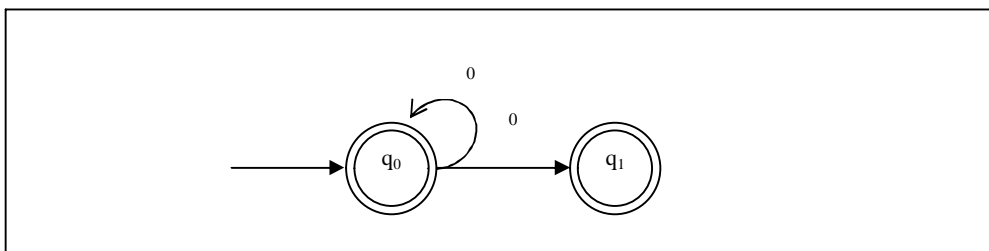


Gambar 6. NFA tanpa ε -move yang ekivalen dengan Gambar 5.

Contoh lain, perhatikan *Non-deterministic Finite Automata* ε -move pada gambar7. Non-deterministic Finite Automata tanpa ε -move yang ekivalen dengan gambar 7 bisa kita lihat pada gambar 8



Gambar 7. NFA ε -move



Gambar 8. NFA tanpa ϵ -move

Misalkan diketahui bahwa Non-deterministic Finite Automata ϵ -move semula (gambar7) menerima bahasa dengan ekspresi regular $= 0^*$, maka dapat kita lihat bahwa Non-deterministic Finite Automata tanpa ϵ -move ekivalennya juga menerima bahasa yang sama. Perhatikan bahwa dalam menentukan state-state akhir kita juga memperhitungkan transisi-transisi ϵ sebelum state akhir semula.