

Pemodelan dan Simulasi – Pertemuan 10

Model Gerakan dan Interaksi

Teaching Team
Universitas Dian Nuswantoro

Rencana Kegiatan Perkuliahan Semester

#	Pokok Bahasan
1	Pendahuluan
2	Pemodelan Simulasi
3	Sistem Diskrit / <i>Discrete Event Simulation</i> (DES)
4	Studi Kasus Sistem Diskrit:
5	Sistem Antrian (<i>Queuing System</i>)
6	
7	Responsi
	Ujian Tengah Semester

#	Pokok Bahasan
8	Model Sistem Dinamis
9	Kesalahan Komputasi
10	Model Gerakan dan Interaksi
11	Model Data Driven
12	Simulasi dengan Keacakan
13	Projek Akhir:
14	Studi Kasus Simulasi
	Ujian Akhir Semester

Contents

1

- Gerak Jatuh
- Terjun Payung

2

- Pegas
- Bungee Jump

3

- Model Kompetisi
- Model Lotka Volterra

4

- Predator - Prey

Gerak Jatuh

- Tingkat perubahan seketika, atau turunan dari posisi (s) terhadap waktu (t) adalah sebuah kelajuan (v)

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

- Tingkat perubahan seketika dari kelajuan terhadap waktu adalah akselerasi (a)

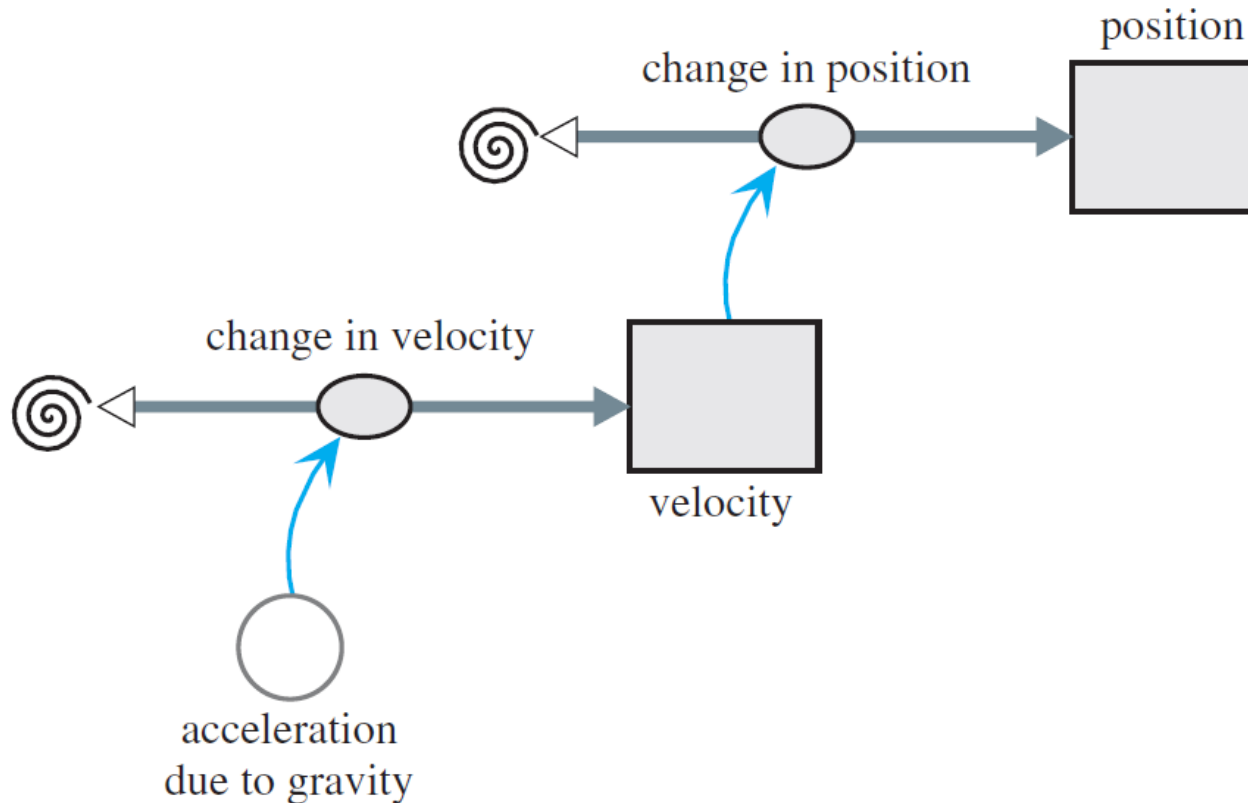
$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$

Gerak Jatuh

- Modelkan gerakan dari sebuah bola ketika tidak ada gesekan udara, dimana seseorang berdiri di tepi jembatan lalu melempar bola lurus keatas.

Gerak Jatuh

- Modelkan gerakan dari sebuah bola ketika tidak ada gesekan udara, dimana seseorang berdiri di tepi jembatan lalu melempar bola lurus keatas.



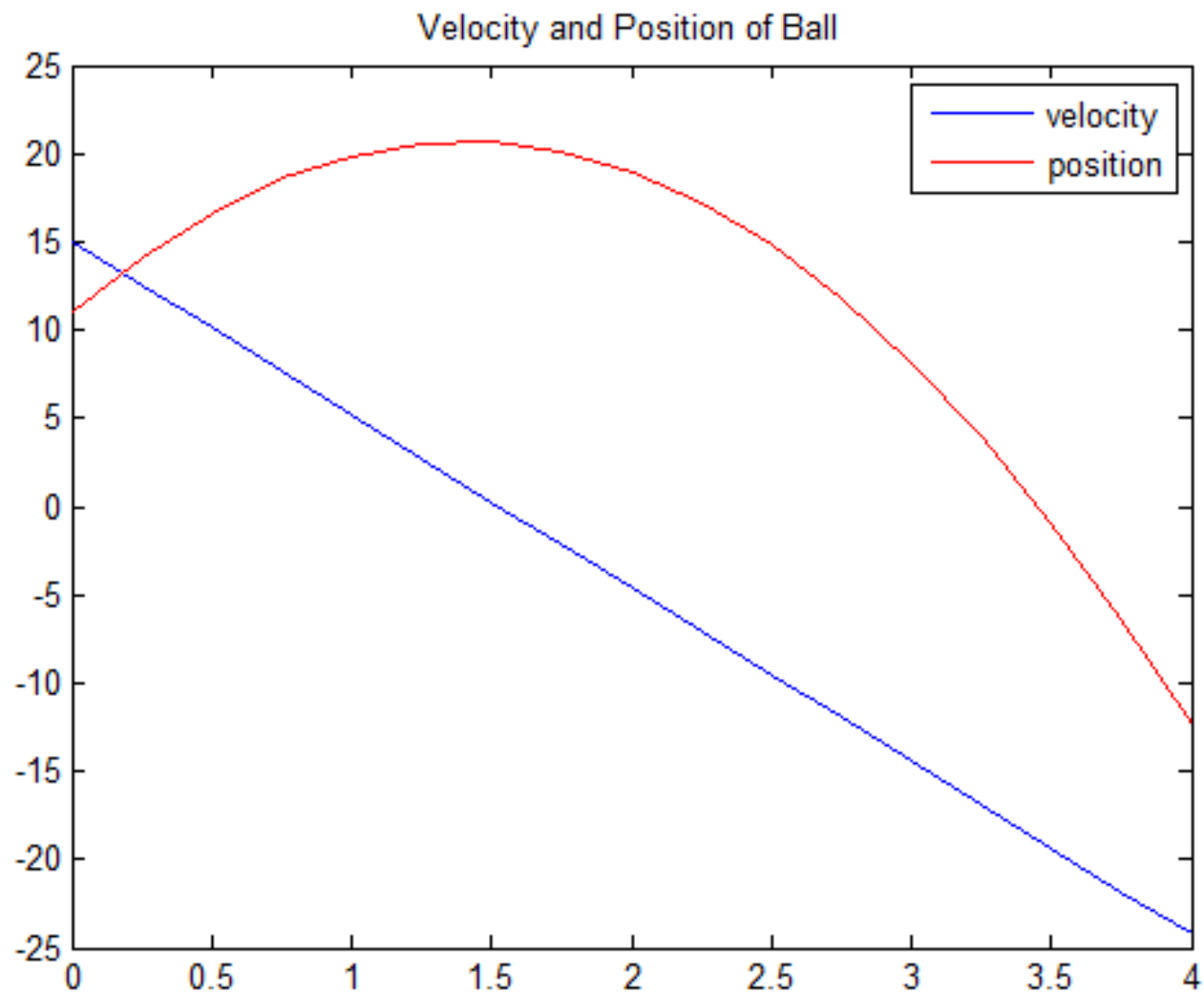
Gerak Jatuh

- Percepatan gravitasi (g) adalah -9,81 dengan arah naik sebagai nilai positif. Persamaan untuk model benda jatuh (mengabaikan gesekan udara) adalah:

$$velocity(t) = velocity(t - \Delta t) + g * \Delta t$$

$$position(t) = position(t - \Delta t) + velocity(t) * \Delta t$$

Gerak Jatuh

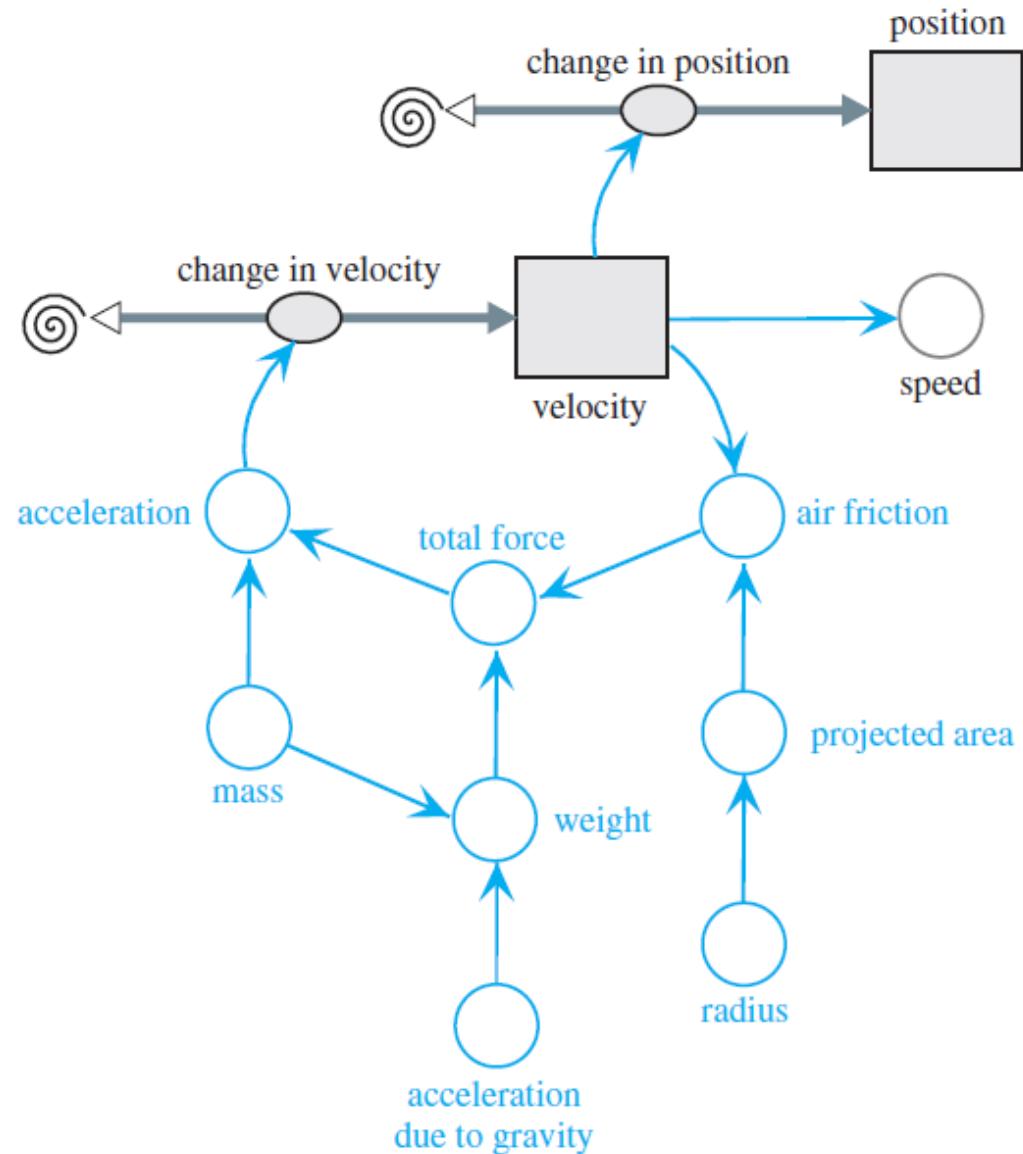


Gerak Jatuh dengan Gesekan

- Model besaran gesekan fluida

<i>Name</i>	<i>Formula</i>	<i>Meanings of Symbols</i>	<i>When to Use</i>
Stokes' s friction	$F = kv$	k constant v velocity	Very small object moving slowly through fluid
Newtonian friction	$F = 0.5CDAv^2$	C coefficient of drag D density of fluid A object's projected area in direction of movement v velocity	Larger objects moving faster through fluid
Newtonian friction through air	$F = 0.65Av^2$	A object's projected area in direction of movement v velocity	Larger objects with $C = 1$ moving faster through sea-level air

Gerak Jatuh dengan Gesekan



Gerak Jatuh dengan Gesekan

$$mass = 0.5 \text{ kg}$$

$$acceleration_due_to_gravity = -9.81 \text{ m/s}^2$$

$$radius = 0.05 \text{ m}$$

$$weight = mass * acceleration_due_to_gravity$$

$$projected_area = 3.14159 * radius^2$$

$$air_friction = -0.65 * projected_area * velocity * ABS(velocity)$$

$$total_force = weight + air_friction$$

$$acceleration = total_force/mass$$

$$change_in_velocity = acceleration$$

$$change_in_position = velocity$$

$$speed = ABS(velocity)$$

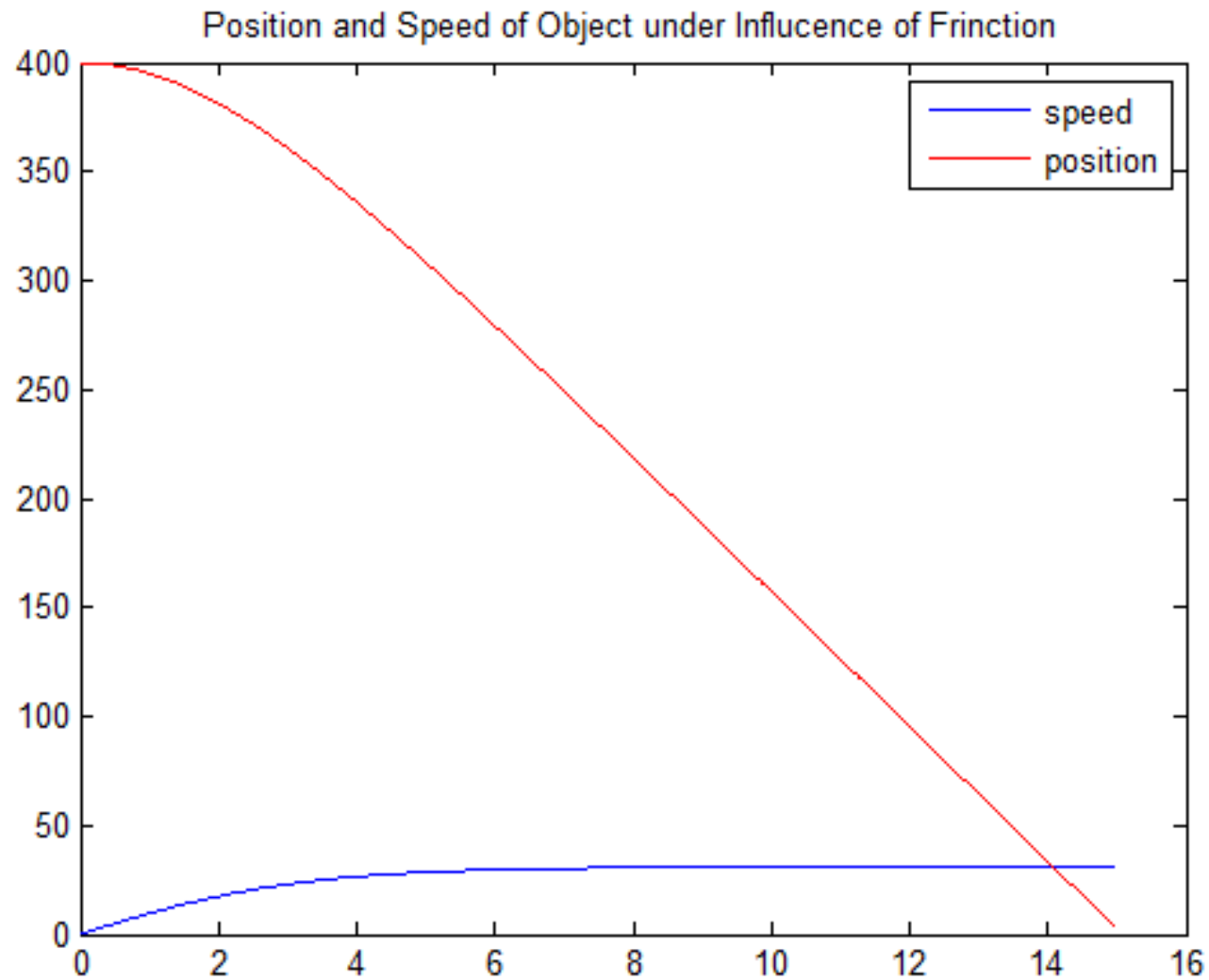
$$velocity(0) = 0 \text{ m/s}$$

$$velocity(t) = velocity(t - \Delta t) + (change_in_velocity) * \Delta t$$

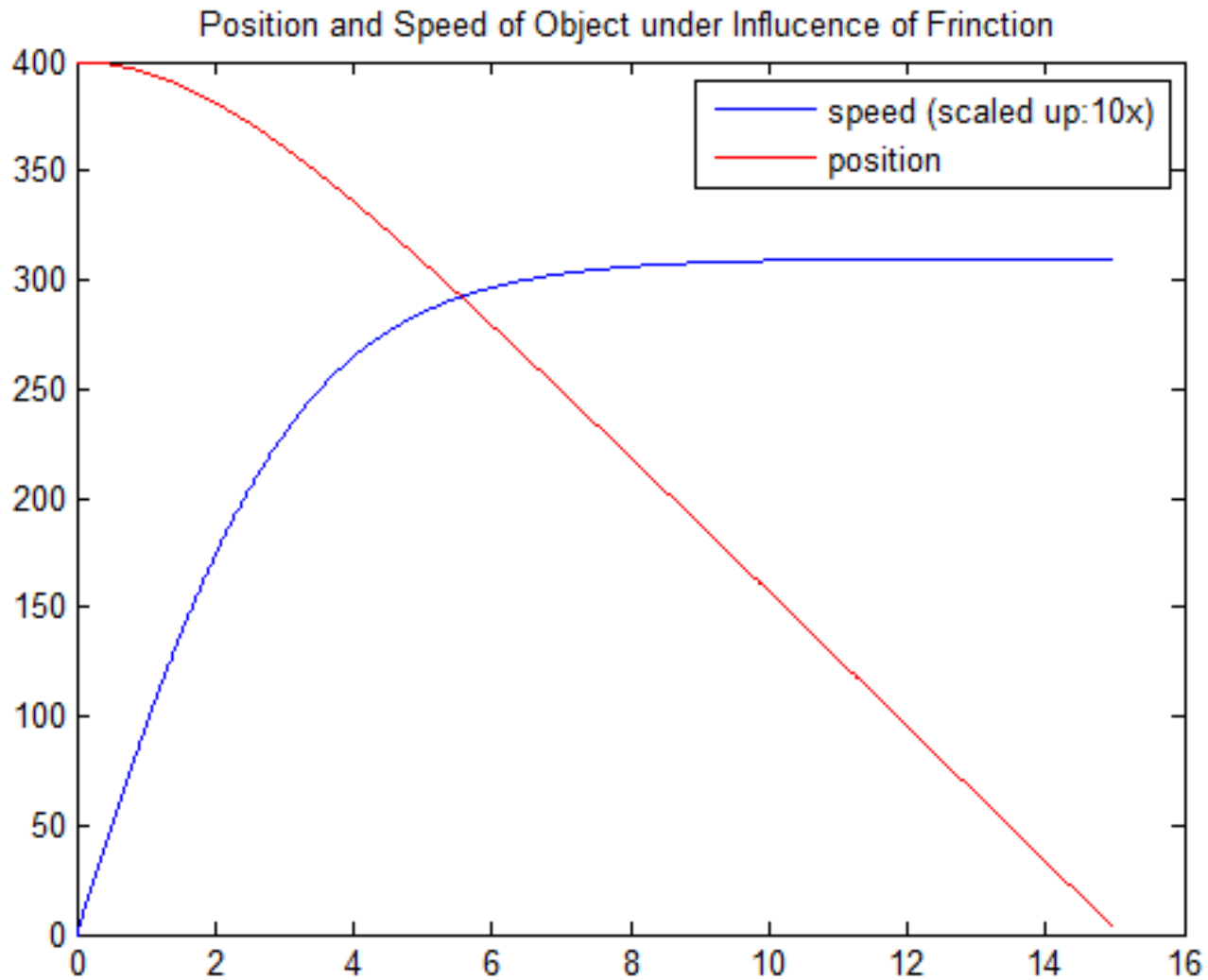
$$position(0) = 400 \text{ m}$$

$$position(t) = position(t - \Delta t) + (change_in_position) * \Delta t$$

Gerak Jatuh dengan Gesekan



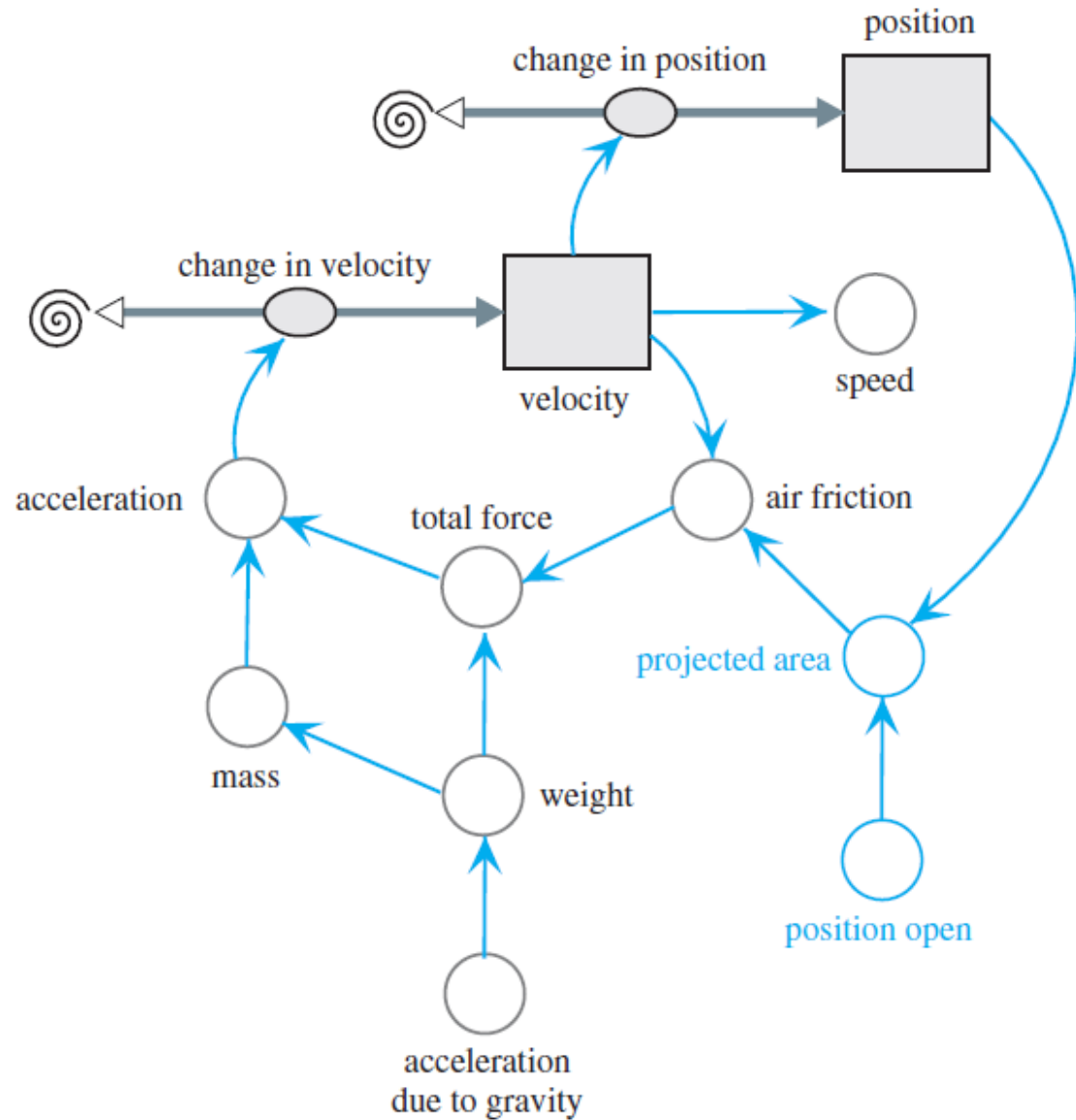
Gerak Jatuh dengan Gesekan



Terjun Payung

- Untuk memodelkan terjun payung, kita dapat menggunakan contoh gerakan benda jatuh dengan gesekan
- Untuk menyederhakan kasus, kita dapat menganggap seseorang melompat dari helikopter stasioner dan mengabaikan masa jenis udara.
- Model untuk kasus terjun payung memiliki 2 kondisi, pertama ketika penerjun jatuh bebas, lalu ketika parasut terbuka dan luas parasut menghasilkan hambatan udara yang lebih besar

Terjun Payung



Terjun Payung

- Asumsikan parasut terbuka penuh secara langsung, maka persamaan untuk luas area gesekan (*projected_area*) bukan sebuah nilai konstant, tetapi sebuah kondisi berikut:

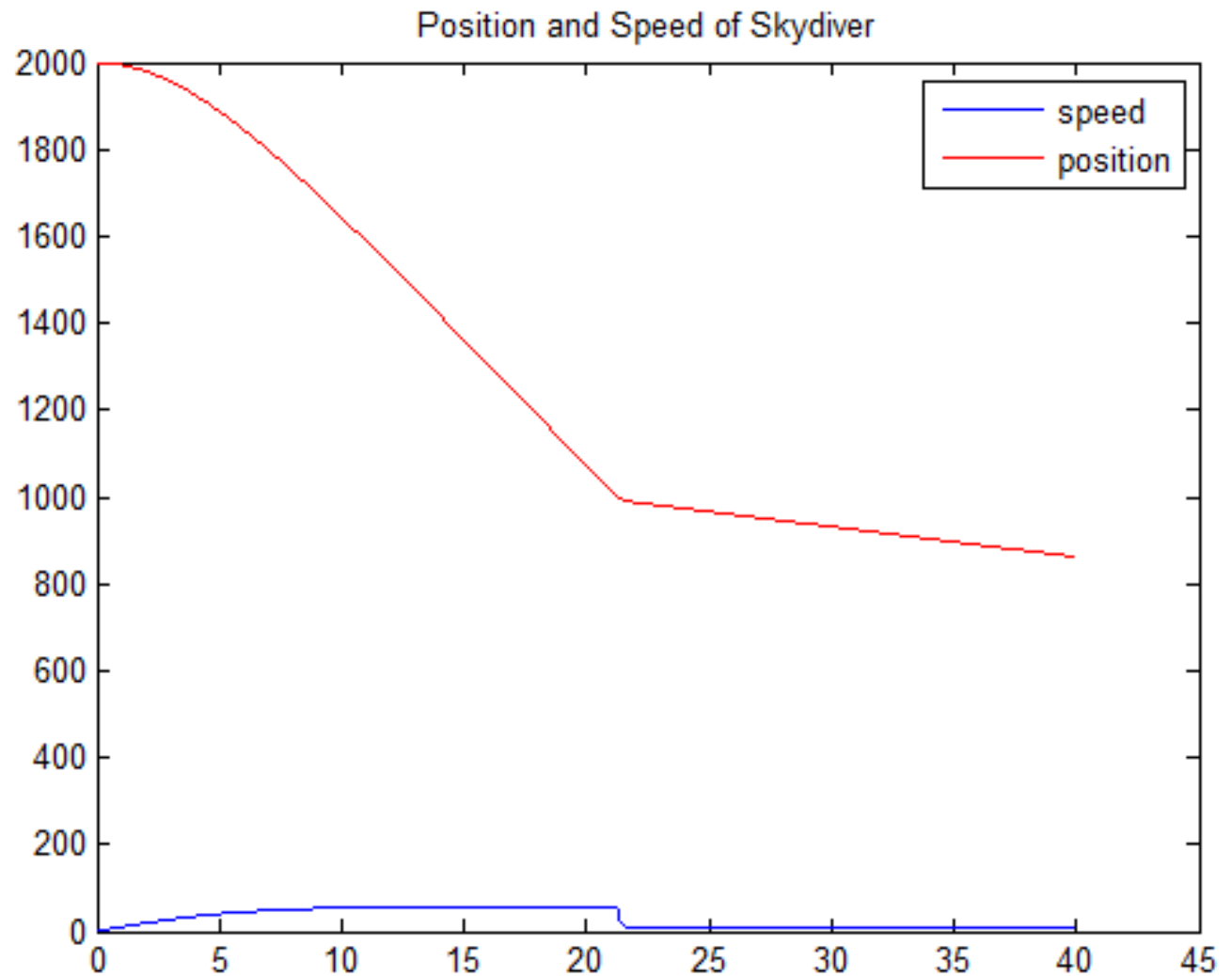
if (*position* > *position_open*)

projected_area \leftarrow 0.4

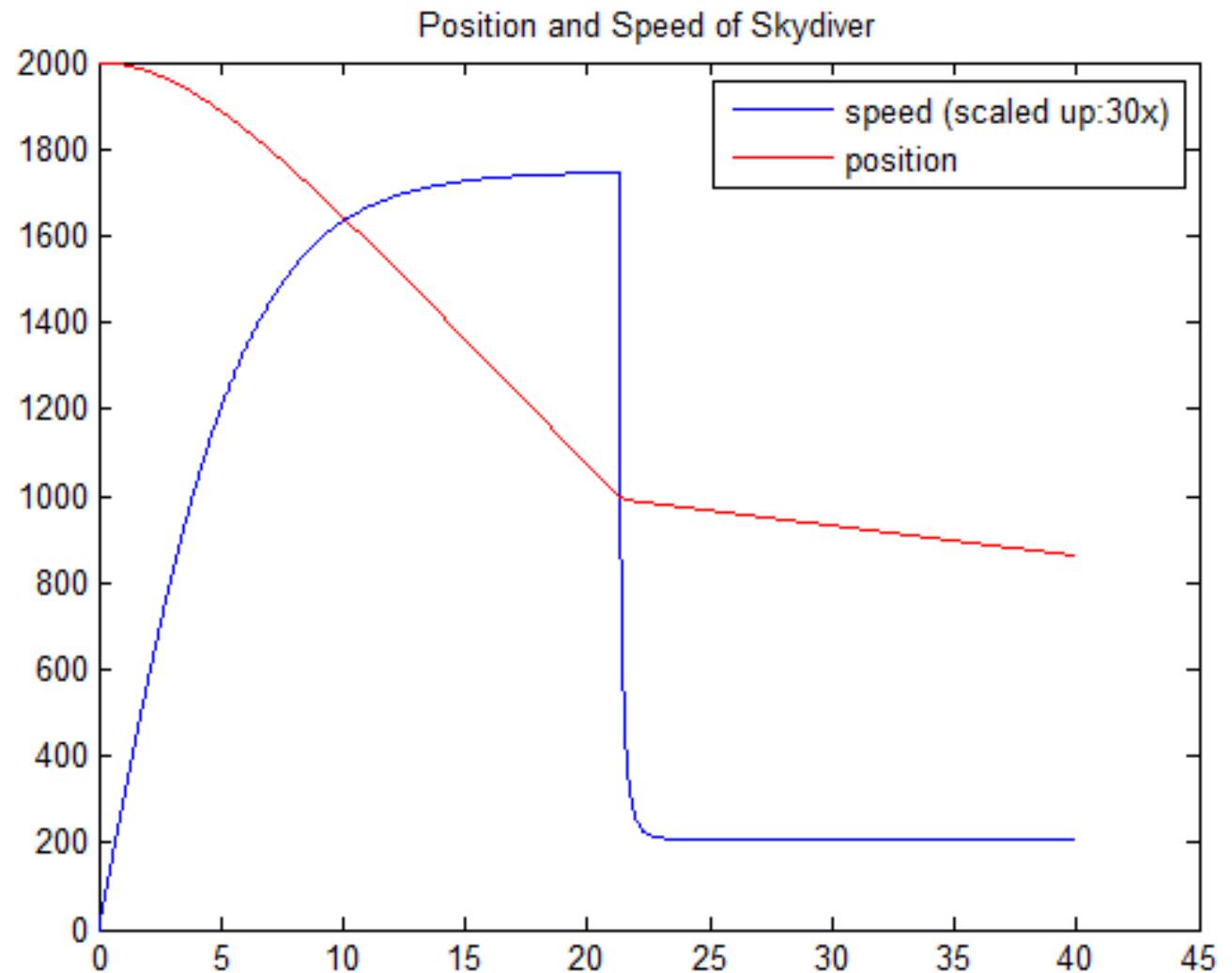
else

projected_area \leftarrow 28

Terjun Payung



Terjun Payung



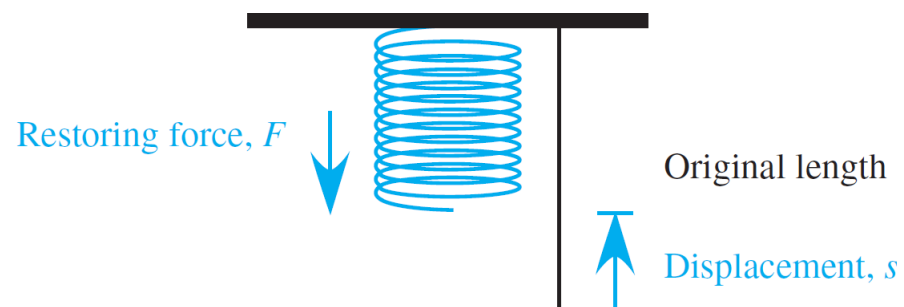
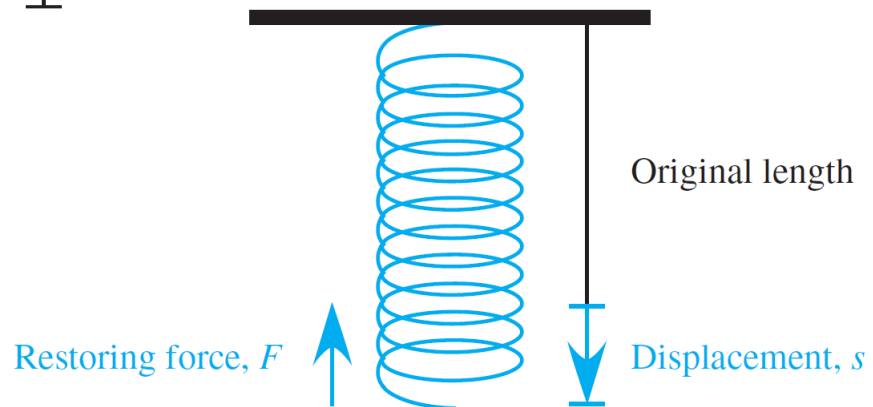
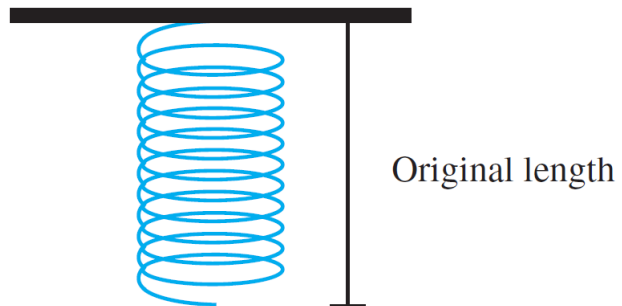
Pegas

Hukum Hooke

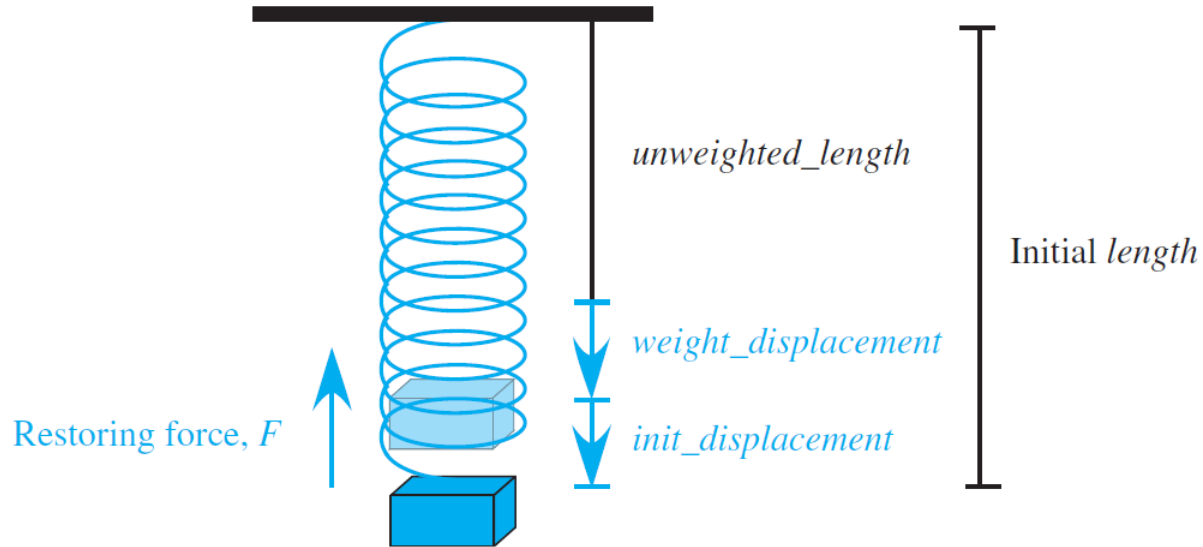
- Dalam batas kelenturan pegas, ketika F adalah gaya, k adalah konstanta pegas, dan s adalah perpindahan (*displacement*) dari posisi ekuilibrium pegas, dengan persamaan:

$$F = -ks$$

Pegas

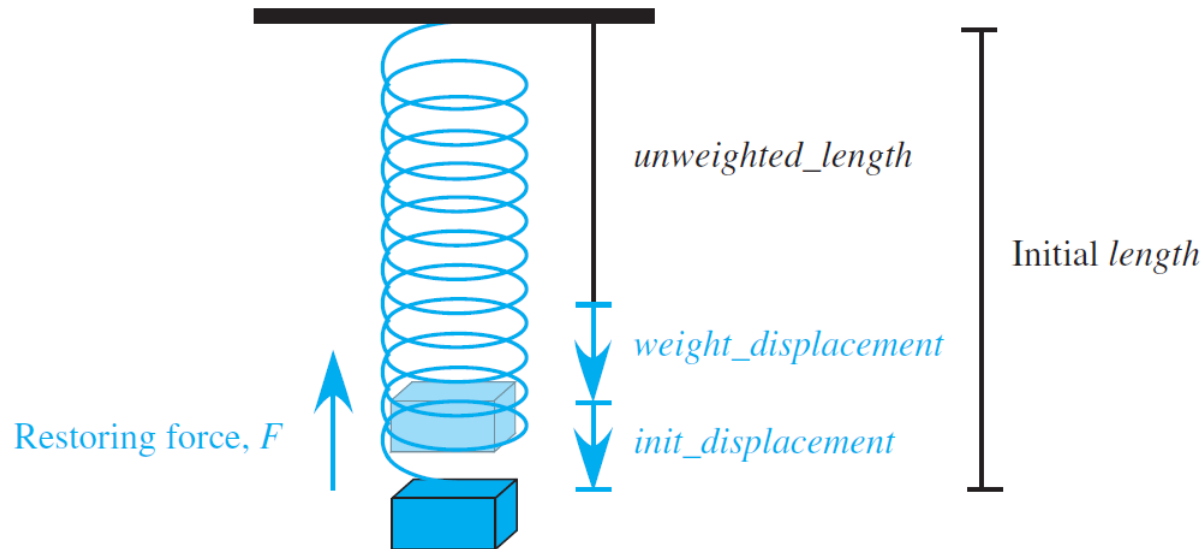


Pegas tanpa Peredaman



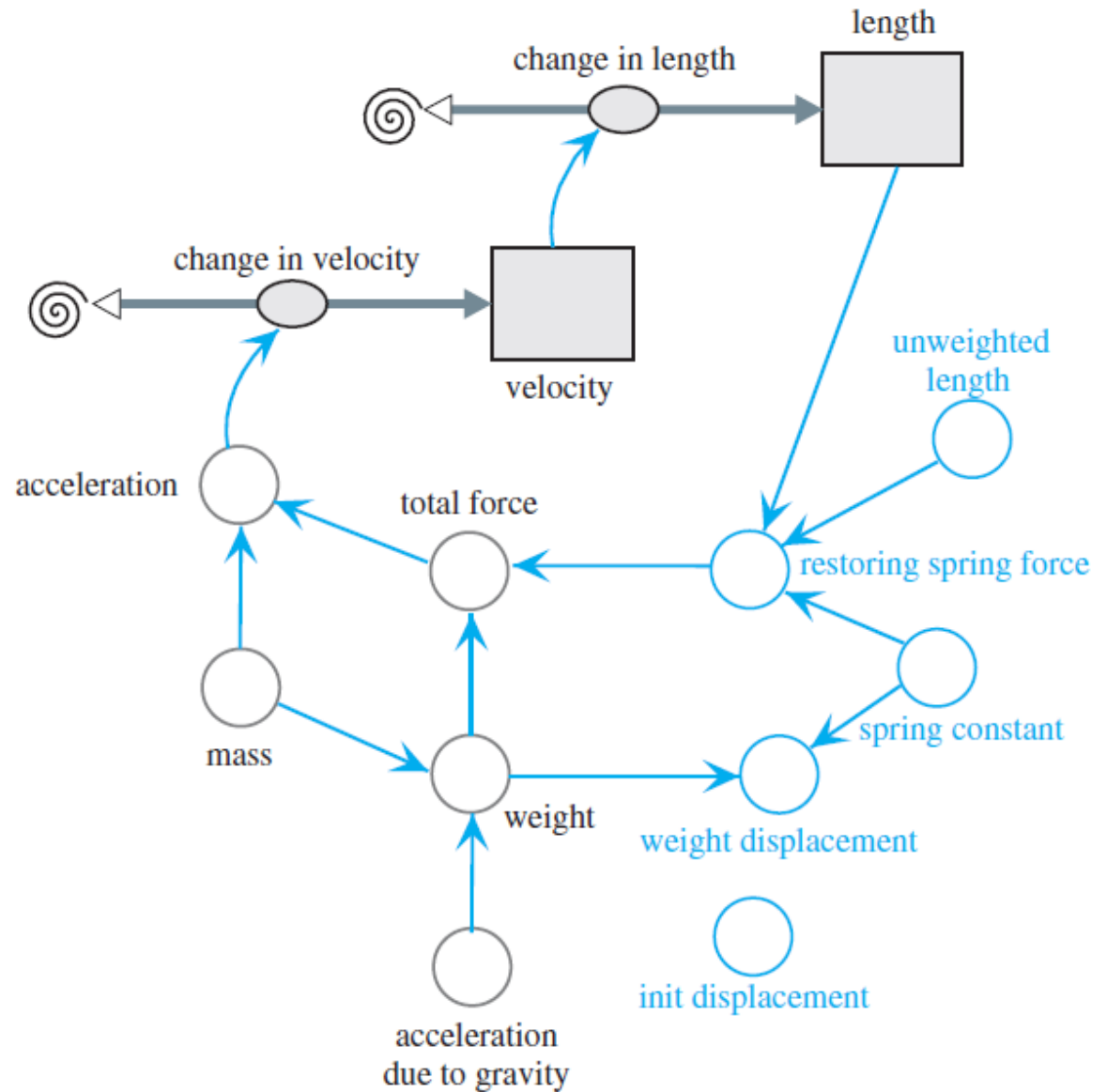
- Sebuah pegas digantungkan pada permukaan horizontal dengan tambahan bebas. Dengan asumsi arah positif adalah kebawah

Pegas tanpa Peredaman



- Panjang semula ($initial_weight$) adalah panjang bebas ($unweighted_length$) dari pegas ditambah perpindahan berat ($weight_displacement$) dan perpindahan semula ($init_displacement$) yang disebabkan oleh tarikan atau tekanan.

Pegas tanpa Peredaman



Pegas tanpa Peredaman

- Kita rubah nama *position* menjadi *length*
- Maka panjang pegas (*length*) adalah sbb:

$$unweighted_length + weight_displacement + init_displacement$$

- Kita masukkan nilai *unweighted_length* dan *init_displacement* sebagai parameter, dan kita dapat menghitung *weight_displacement* sbb:

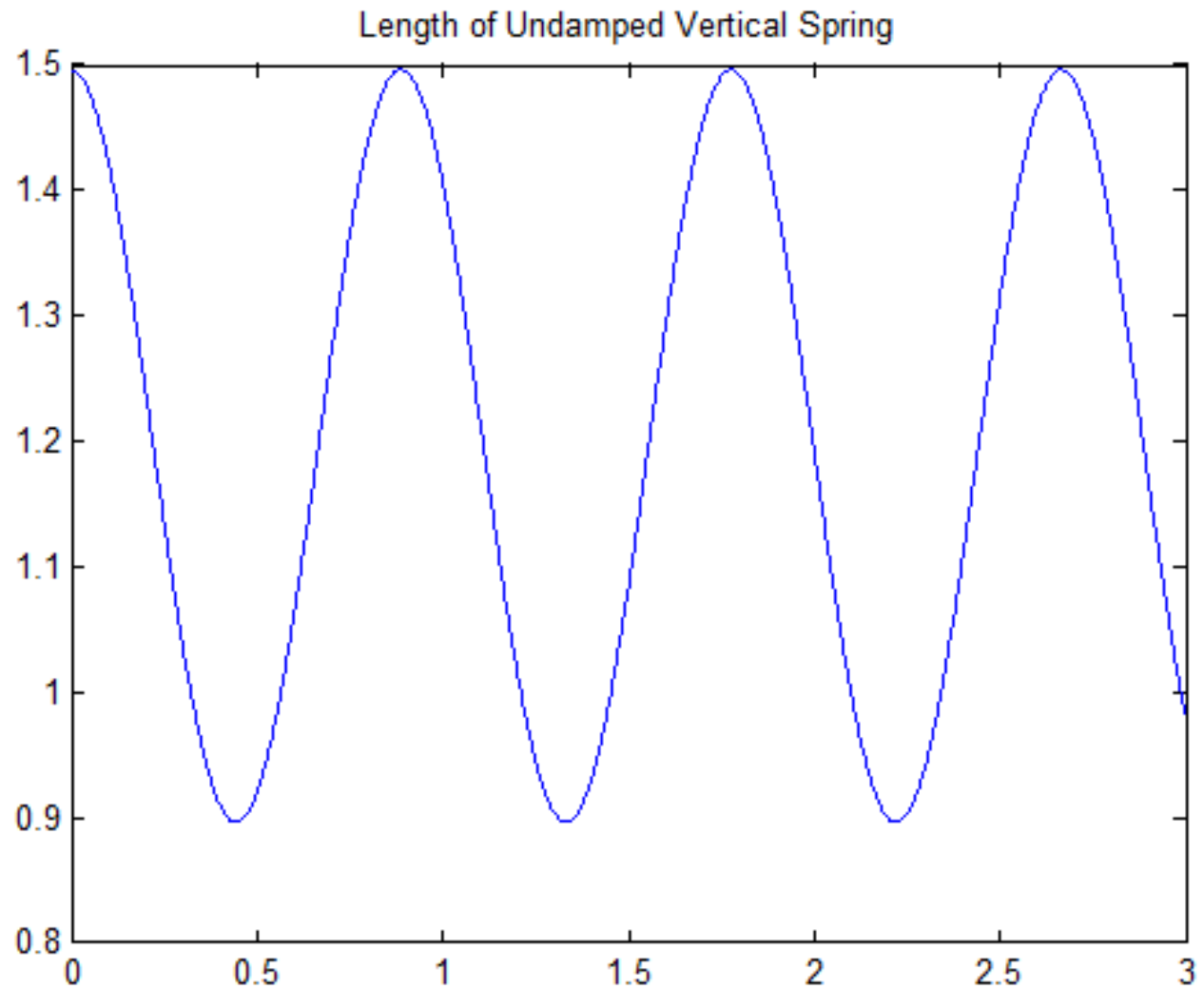
$$weight_displacement = weight / spring_constant$$

Pegas tanpa Peredaman

- Dengan arah bawah sebagai nilai positif, maka *acceleration_due_to_gravity* adalah **+9.81** m/s²
- Dengan perpindahan pada setiap keadaan adalah (*length* – *unweighted_length*), maka gaya tolak pegas adalah:

$$\text{restoring_spring_force} = -\text{spring_constant} * (\text{length} - \text{unweighted_length})$$

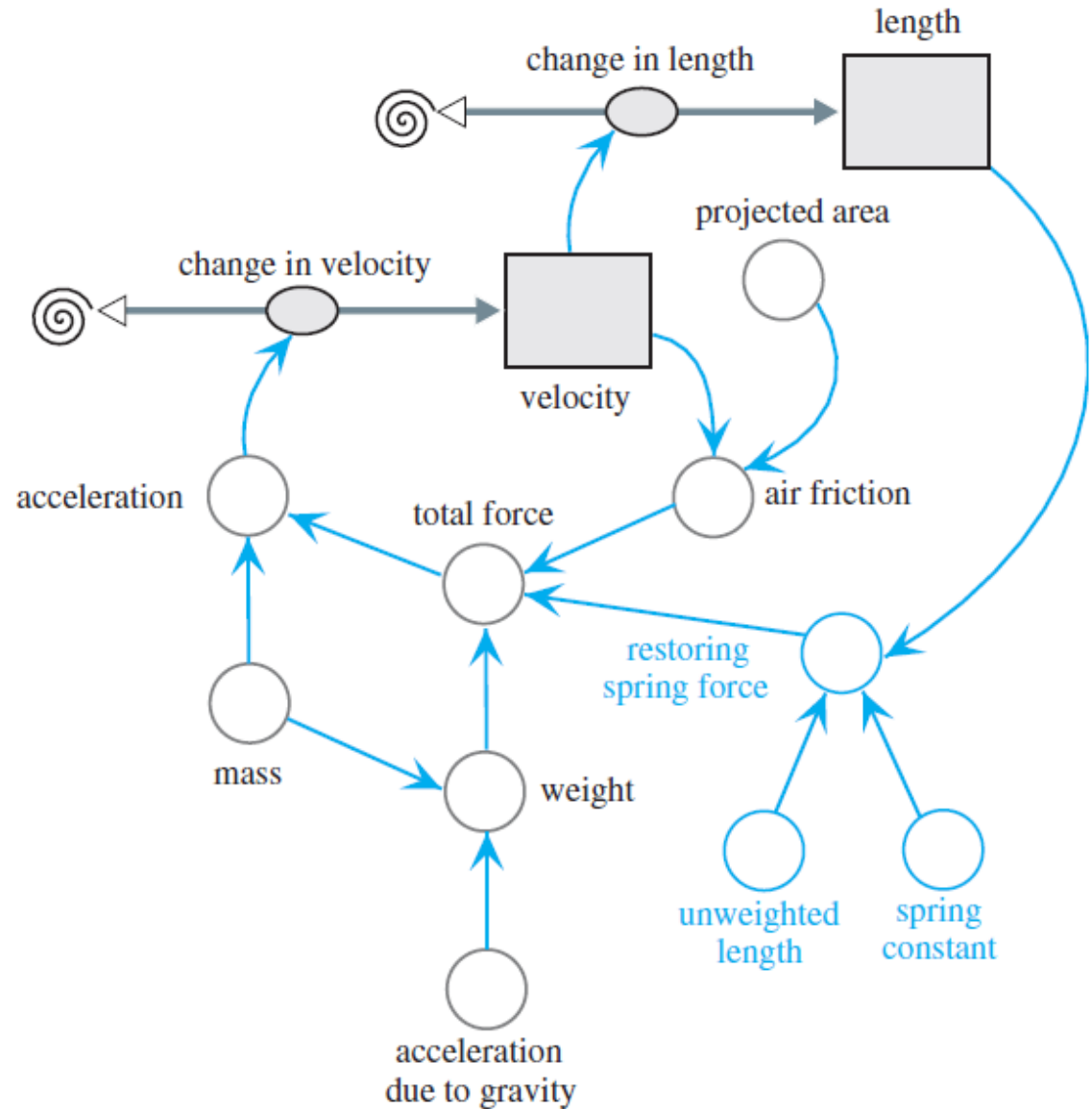
Pegas tanpa Peredaman



Bungee Jump

- Model Bungee jump mirip dengan pegas yang diberi bebas ditambah dengan gesekan udara
- Untuk menyederhanakan kasus, kita abaikan berat dari tali pegas
- Sehingga, gaya terbentuk dari berat orang (pelompat), gaya tolak tali pegas, dan gesekan udara

Bungee Jump



Bungee Jump

- Ketika posisi pelompat berada belum mencapai panjang tali pegas (*unweighted_length*), maka tali pegas kendur dan tidak ada gaya tarik pegas (*restoring_spring_force*)
- Sehingga, kondisi dari *restoring_spring_force* adalah sebagai berikut:

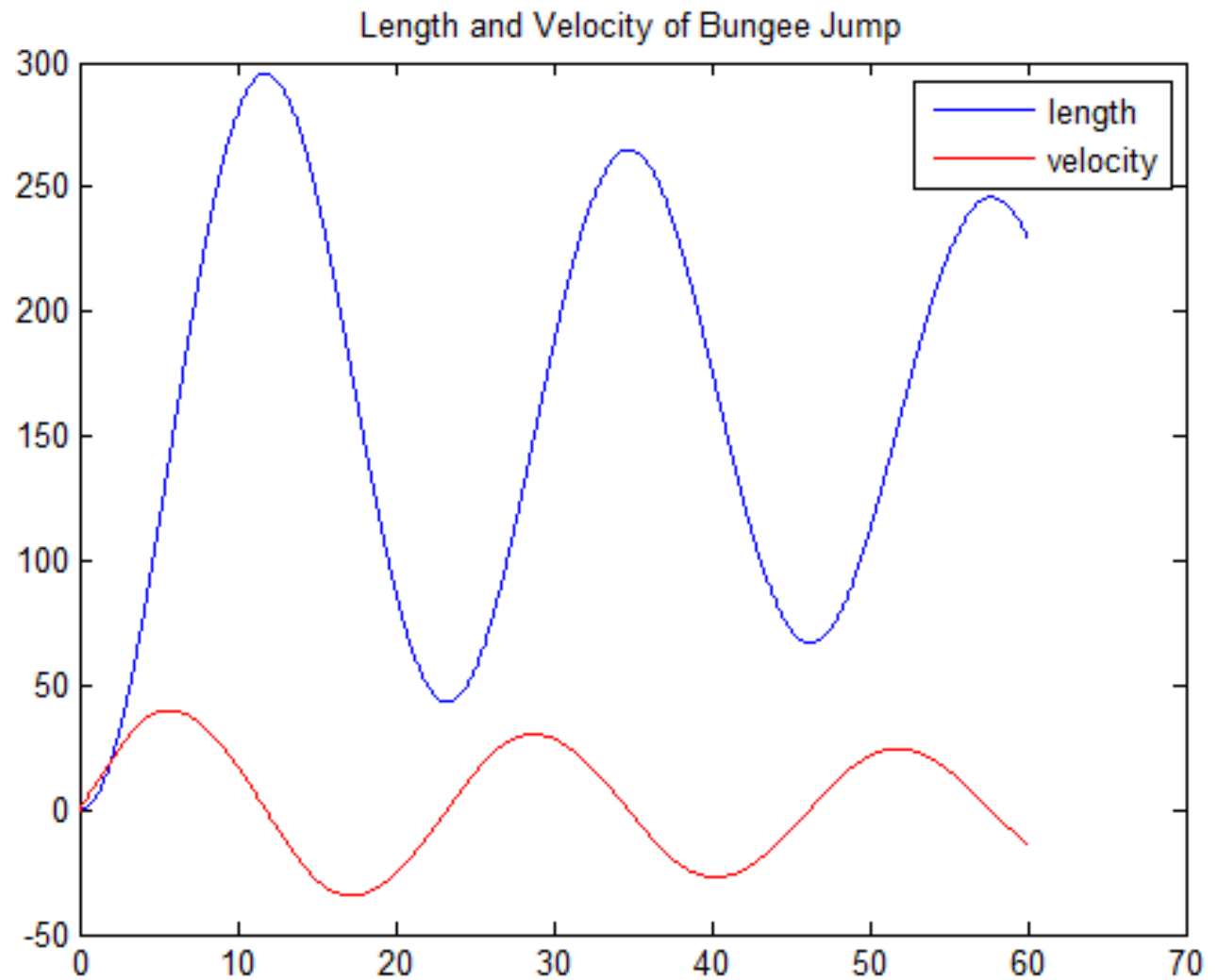
if (*length* > *unweighted_length*) then

$$\text{restoring_spring_force} = -\text{spring_constant} * (\text{length} - \text{unweighted_length})$$

else

$$\text{restoring_spring_force} = 0$$

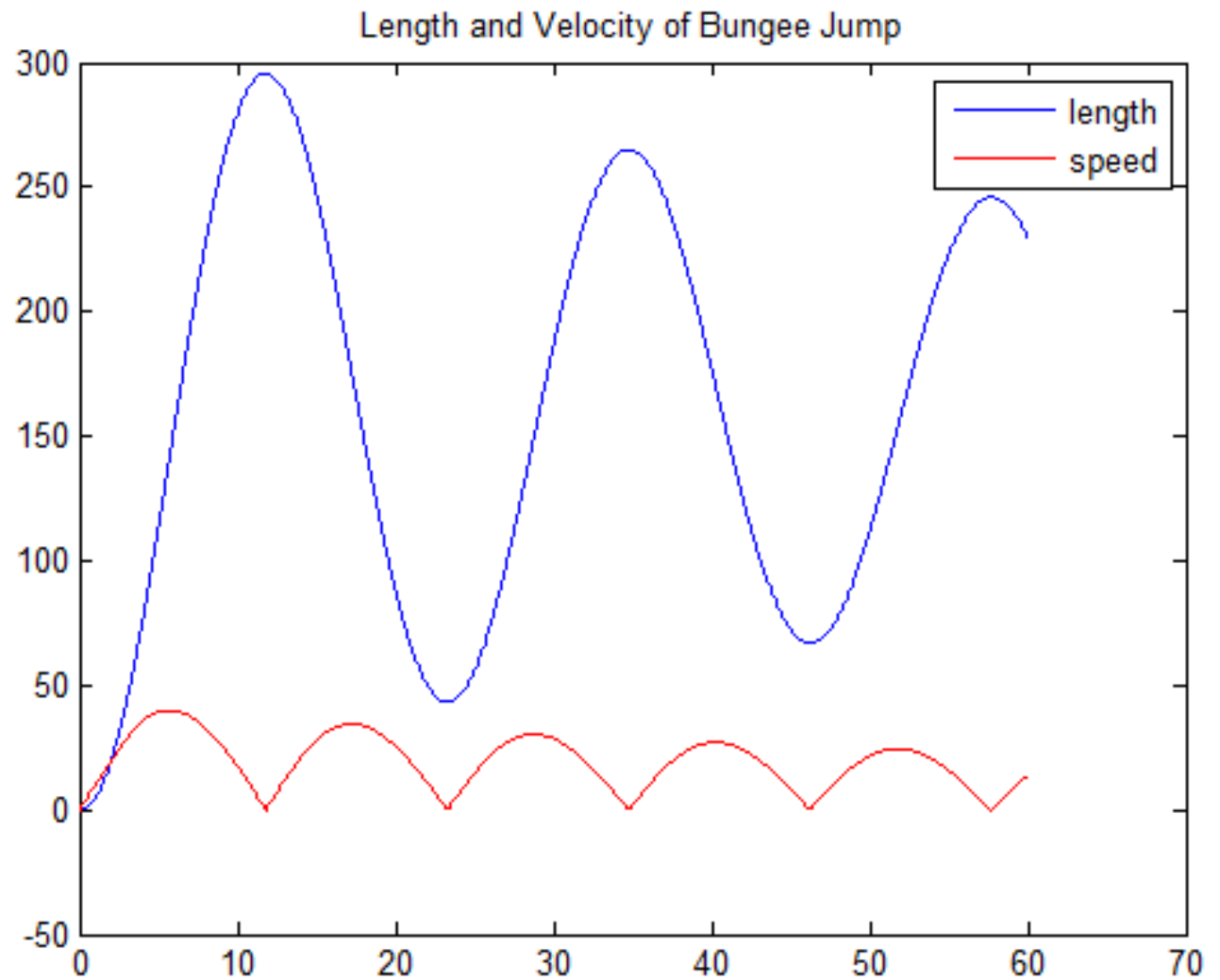
Bungee Jump



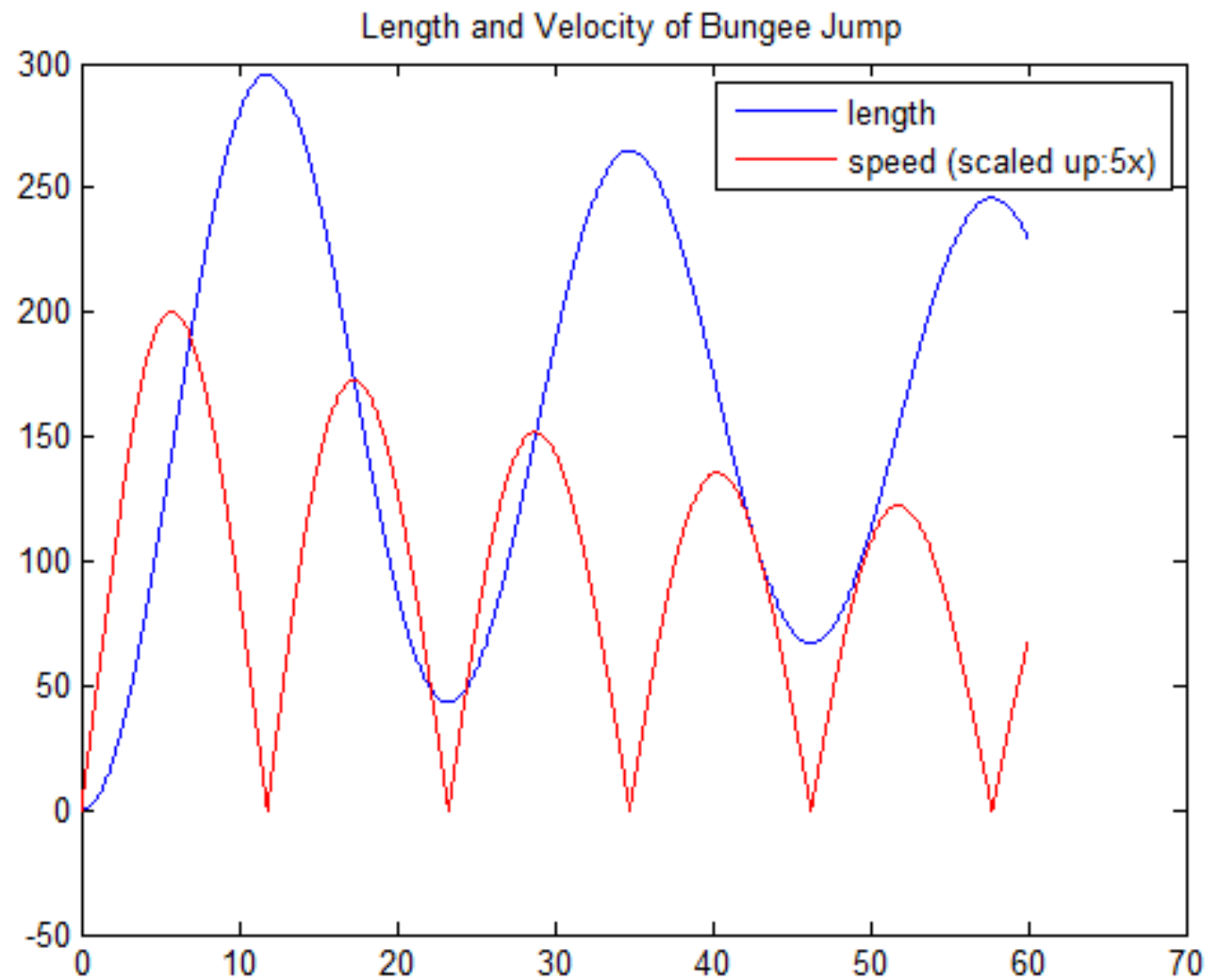
Bungee Jump

- Kecepatan dan kelajuan bernilai 0 ketika pelompat berada pada posisi tertinggi dan terendah, untuk visualisasi yang lebih baik, kita dapat merubah kelajuan (*velocity*) menjadi kecepatan (*speed*)

Bungee Jump



Bungee Jump



Model Kompetisi

- Setiap individu pasti mengalami kompetisi. Kompetisi prestasi, pekerjaan, lahan, makanan, dsb
- Kompetisi merupakan aktivitas ekonomi terbesar
- Kompetisi terjadi di dalam maupun antar spesies

Model Kompetisi

- Sebagai contoh, dua jenis spesies yang tidak saling memangsa, berkompetisi untuk memperebutkan sumber daya makanan yang terbatas
- Misal: whitetip sharks (WTS) dan blacktip sharks (BTS) yang berada pada suatu wilayah memperebutkan makanan dari jenis ikan yang sama dalam jumlah terbatas.

Model Kompetisi

- Pada model pertumbuhan tak terbatas (unconstrained growth) yang mengabaikan kompetisi dan faktor pembatas lain, kita menganggap populasi sesuai dengan fungsi kelahiran (r_1P) dan fungsi kematian (r_2P)
- Maka, tingkat perubahan Populasi adalah:
$$dP/dt = r_1P - r_2P = (r_1 - r_2)P$$

Model Kompetisi

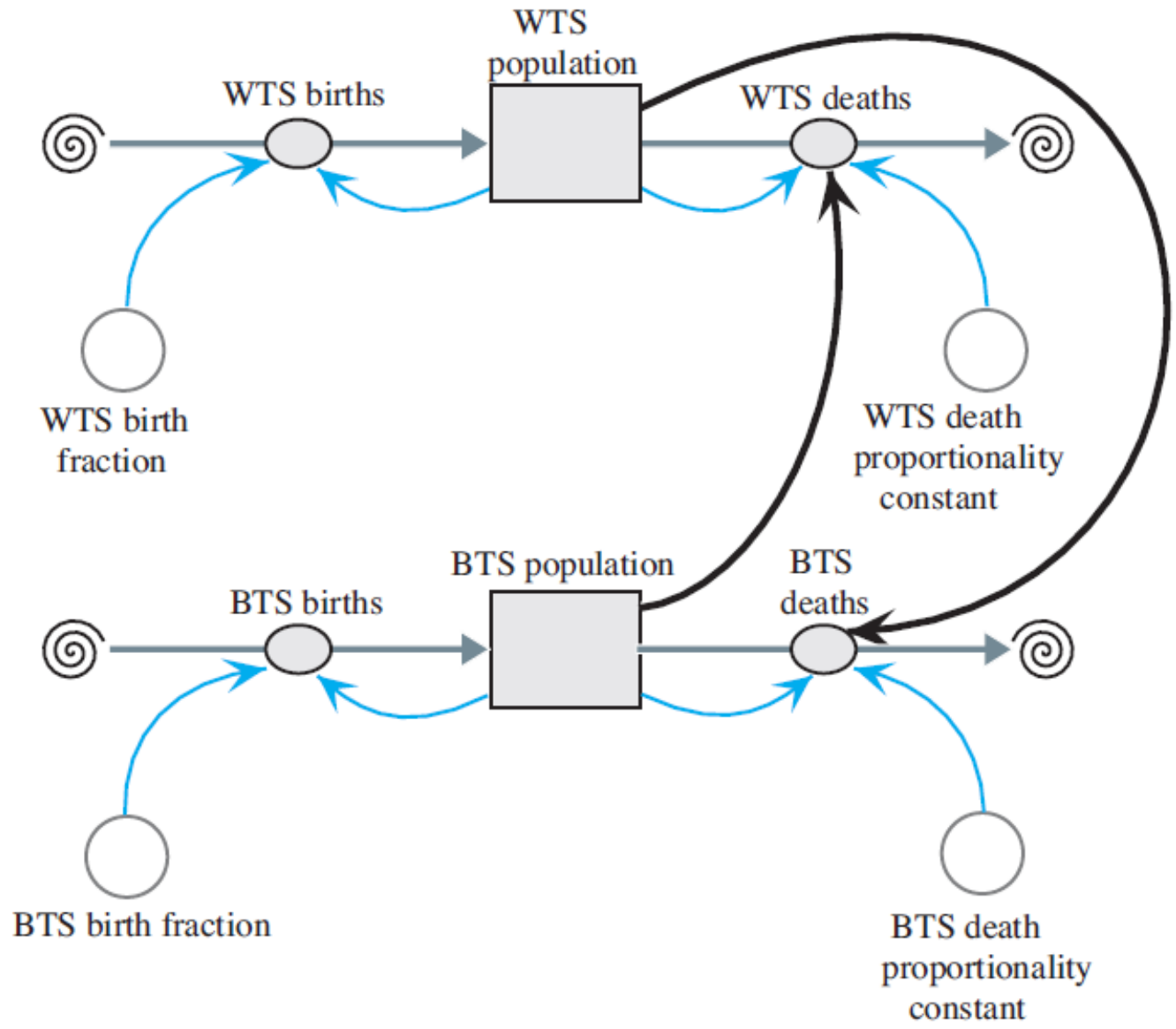
- Pada model kompetisi, spesies yang berkompetisi merasakan dampak negatif dari perubahan populasi. Pada situasi ini kita dapat memodelkan jumlah kematian pada setiap spesies sesuai dengan dengan jumlah kedua spesies lain, sbb:

$$\Delta(\text{deaths of WTS}) = wBW$$

$$\Delta(\text{deaths of BTS}) = bWB = bBW$$

Dimana W , w dan B , b berturut-turut adalah populasi dan konstanta kematian dari WTS dan BTS

Model Kompetisi



Model Kompetisi

$$BTS_population(0) = 15$$

$$BTS_birth_fraction = 1$$

$$BTS_births = BTS_birth_fraction * BTS_population$$

$$BTS_death_proportionality_constant = 0.20$$

$$BTS_deaths = (BTS_death_proportionality_constant * WTS_population) * BTS_population$$

$$WTS_population(0) = 20$$

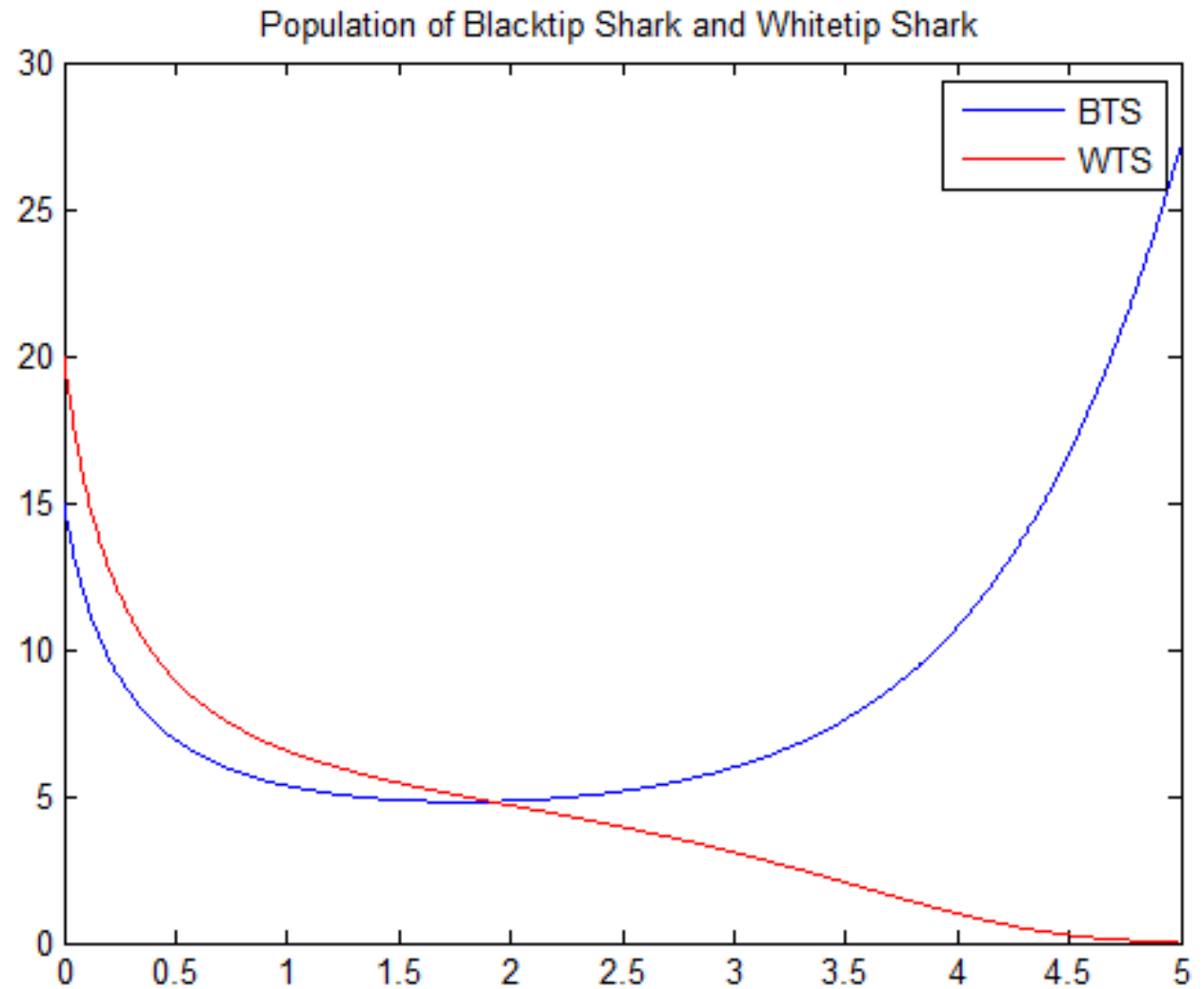
$$WTS_birth_fraction = 1$$

$$WTS_births = WTS_population * WTS_birth_fraction$$

$$WTS_death_proportionality_constant = 0.27$$

$$WTS_deaths = (WTS_death_proportionality_constant * BTS_population) * WTS_population$$

Model Kompetisi



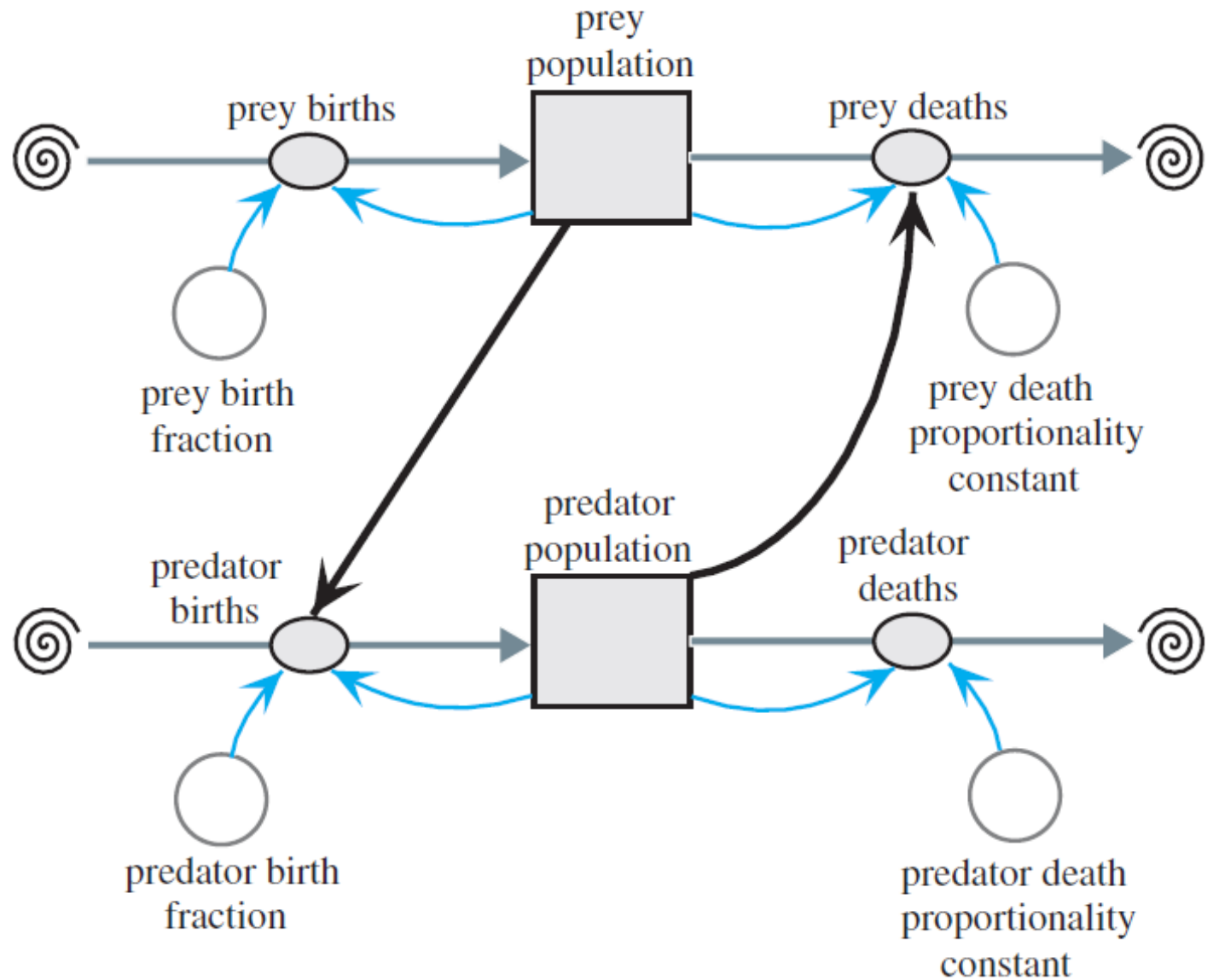
Model Kompetisi

- Satu hal yang umum dalam kehidupan biologi adalah interaksi pemangsa dan mangsa (*predator-prey relationship*).
- Sebagai contoh, model burung elang yang memangsa tupai.
- Model Predator-prey penting dalam mempengaruhi tingkat populasi dan ekosistem

Model Lotka Volterra

- Pada tahun 1920an, seorang matematikawan Vito Volterra dan Alfred Lotka mengusulkan sebuah model populasi spesies pemangsa dan mangsanya, seperti elang dan tupai pada suatu wilayah
- Untuk menyederhakakan kasus, kita anggap elang hanya memakan tupai dan tidak ada spesies lain.
- Jika jumlah populasi tupai menurun maka akan berdampak pada berkurangnya sumber makanan bagi elang dan mengakibatkan penurunan populasi elang.
- Dengan menurunnya populasi elang, maka pertumbuhan tupai akan meningkat pesat
- Siklus ini akan terus berulang

Model Predator-Prey



Model Predator-Prey

$$\text{predator_population}(0) = 15$$

$$\text{predator_birth_fraction} = 0.01$$

$$\text{predator_births} = (\text{predator_birth_fraction} * \text{prey_population}) * \text{predator_population}$$

$$\text{predator_death_proportionality_constant} = 1.06$$

$$\text{predator_deaths} = \text{predator_death_proportionality_constant} * \text{predator_population}$$

$$\text{prey_population}(0) = 100$$

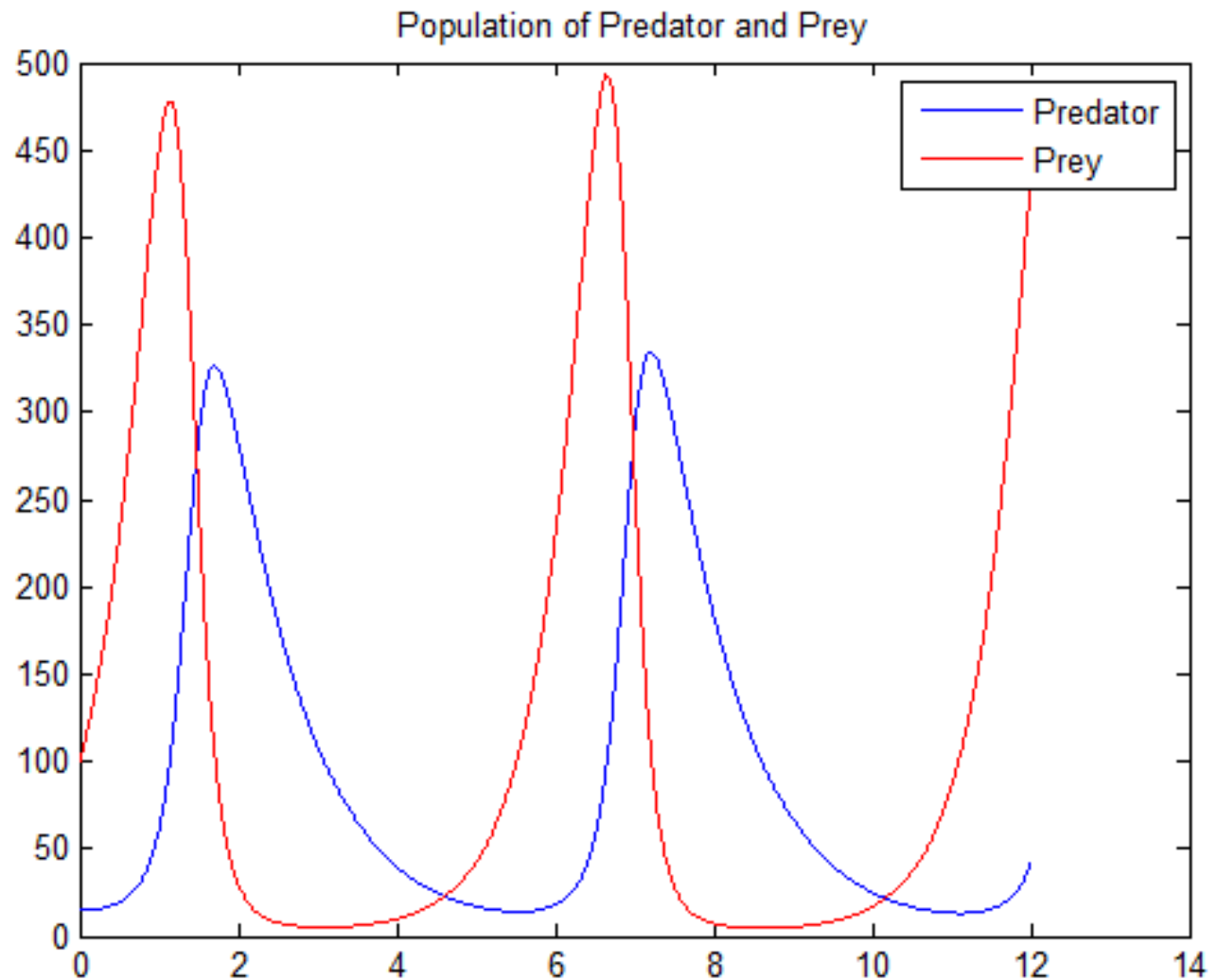
$$\text{prey_birth_fraction} = 2$$

$$\text{prey_births} = \text{prey_birth_fraction} * \text{prey_population}$$

$$\text{prey_death_proportionality_constant} = 0.02$$

$$\text{prey_deaths} = (\text{prey_death_proportionality_constant} * \text{predator_population}) * \text{prey_population}$$

Predator-Prey Model



Latihan

- Kembangkan model Predator-Prey pada wilayah dengan habitat terbatas M untuk predator.

**Perhatikan soal pertumbuhan terbatas (pertemuan 8)*

Sekian

TERIMA KASIH