

Pemodelan dan Simulasi – Pertemuan 11

Model Data Driven

Teaching Team

Universitas Dian Nuswantoro

Rencana Kegiatan Perkuliahan Semester

#	Pokok Bahasan
1	Pendahuluan
2	Pemodelan Simulasi
3	Sistem Diskrit / <i>Discrete Event Simulation</i> (DES)
4	Studi Kasus Sistem Diskrit:
5	Sistem Antrian (<i>Queuing System</i>)
6	
7	Responsi
	Ujian Tengah Semester

#	Pokok Bahasan
8	Model Sistem Dinamis
9	Kesalahan Komputasi
10	Model Gerakan dan Interaksi
11	Model Data Driven
12	Simulasi dengan Keacakan
13	Projek Akhir:
14	Studi Kasus Simulasi
	Ujian Akhir Semester

Contents

1

• Model Data Driven

2

• Fungsi Aljabar

3

• Regresi Linier

4

• Regresi Polinomial

Model Data Driven

- Model data driven adalah sebuah model yang dihasilkan berdasarkan data yang sudah ada
- Digunakan untuk melakukan simulasi (perkiraan/prediksi) terhadap nilai tertentu (yang tidak ada dalam data)
- Disebut juga sebagai model Empiris:
 - Hanya berdasarkan data
 - Tidak menjelaskan sistem
 - Menggunakan fungsi untuk mendapatkan tren/pola

Fungsi Aljabar

Fungsi Linier

- Persamaan: $y = mx + b$
- Berbentuk garis lurus



Fungsi Aljabar

Fungsi Kuadrat

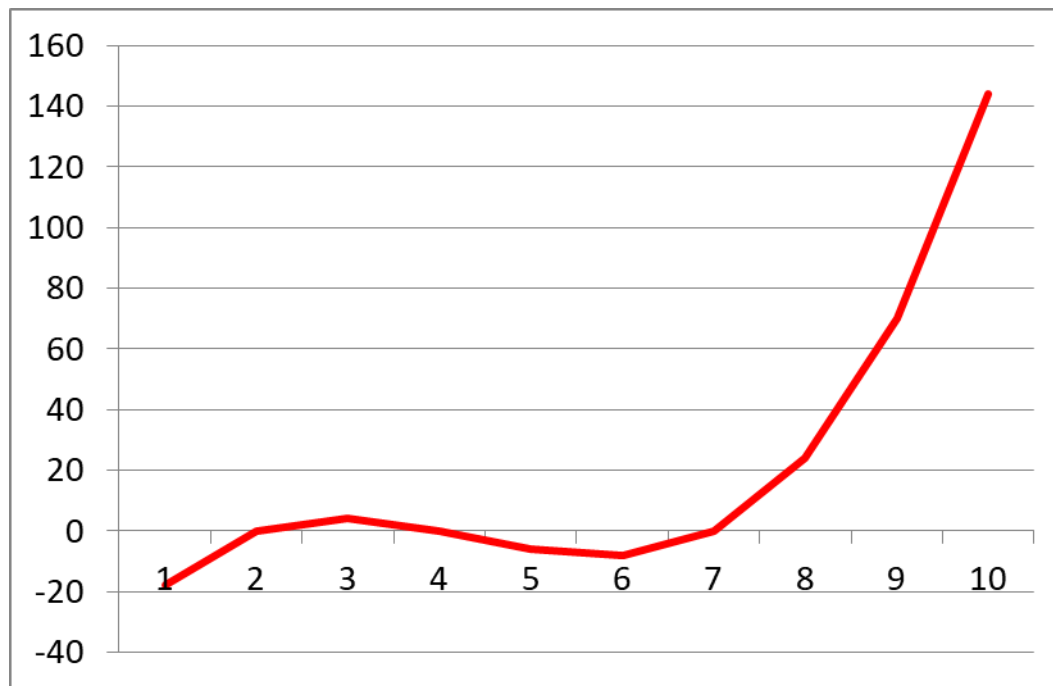
- Persamaan: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$
- Jika a adalah real, berbentuk parabola



Fungsi Aljabar

Fungsi Polinomial

- Persamaan: $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$



Regresi Linier

- Regresi linier adalah sebuah metode linier untuk memodelkan hubungan antara variabel

$$y = mx + b$$

- Dimana y adalah variabel terikat (*response*) dan x adalah variabel bebas (*predictor*)
- Regresi linier digunakan untuk menemukan persamaan garis yang dapat mengurangi jarak dari titik data ke garis

Regresi Linier

- Nilai m dan b diperoleh melalui:

$$m = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2}$$

Regresi Linier

Contoh:

- Diketahui sebuah data perbandingan antara kepadatan (x) dan kekuatan (y) dari sebuah unsur logam, sbb:

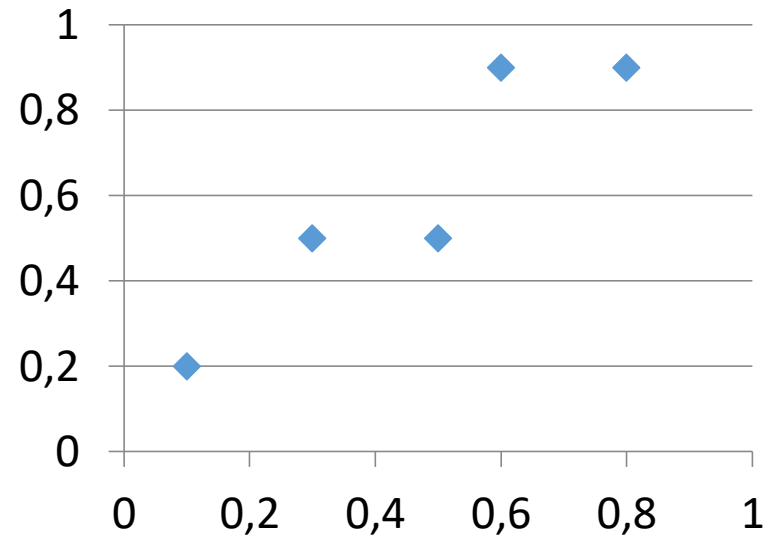
No.	x	y
1	0.1	0.2
2	0.3	0.5
3	0.5	0.5
4	0.6	0.9
5	0.8	0.9

- Tentukan fungsi persamaan linier dari data tersebut!
- Tentukan kekuatan logam ketika kepadatan logam = 1

Regresi Linier

Contoh:

No.	x	y
1	0.1	0.2
2	0.3	0.5
3	0.5	0.5
4	0.6	0.9
5	0.8	0.9



Regresi Linier

Contoh:

No.	x	y	x²	xy
1	0.1	0.2	0.01	0.02
2	0.3	0.5		
3	0.5	0.5		
4	0.6	0.9		
5	0.8	0.9		
Σ	2.3	3		

Regresi Linier

Contoh:

No.	x	y	x²	xy
1	0.1	0.2	0.01	0.02
2	0.3	0.5	0.09	0.15
3	0.5	0.5	0.25	0.25
4	0.6	0.9	0.36	0.54
5	0.8	0.9	0.64	0.72
Σ	2.3	3	1.35	1.68

Regresi Linier

Contoh:

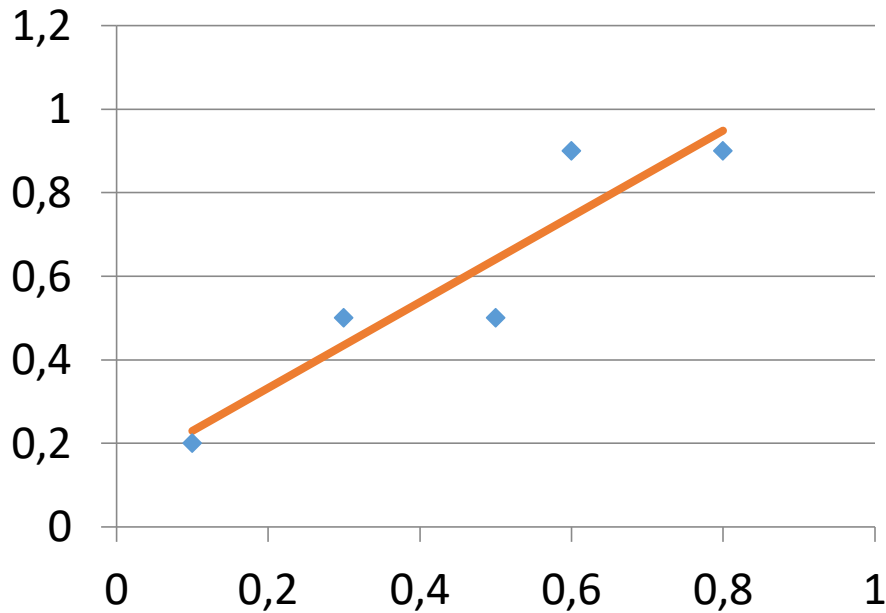
No.	x	y	x ²	xy
1	0.1	0.2	0.01	0.02
2	0.3	0.5	0.09	0.15
3	0.5	0.5	0.25	0.25
4	0.6	0.9	0.36	0.54
5	0.8	0.9	0.64	0.72
Σ	2.3	3	1.35	1.68

$$\begin{aligned} m &= \frac{5 \times 1.68 - 2.3 \times 3}{5 \times 1.35 - 2.3^2} \\ &= \frac{8.4 - 6.9}{6.75 - 5.29} \\ &= 1.027 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1.35 \times 3 - 1.68 \times 2.3}{5 \times 1.35 - 2.3^2} \\ &= \frac{4.05 - 3.864}{6.75 - 5.29} \\ &= 0.127 \end{aligned}$$

Regresi Linier

Contoh:

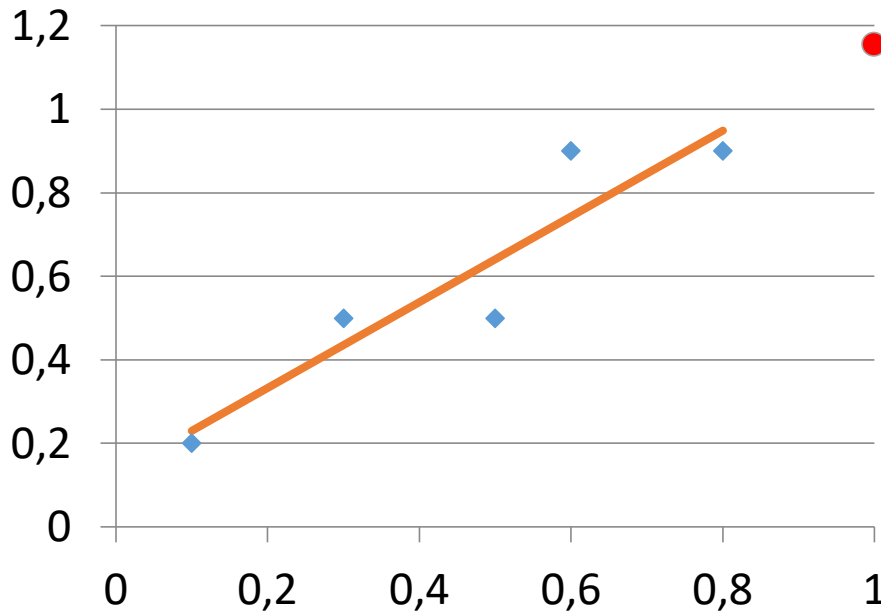


Persamaan:

$$y = 1.027x + 0.127$$

Regresi Linier

Contoh:



Persamaan:

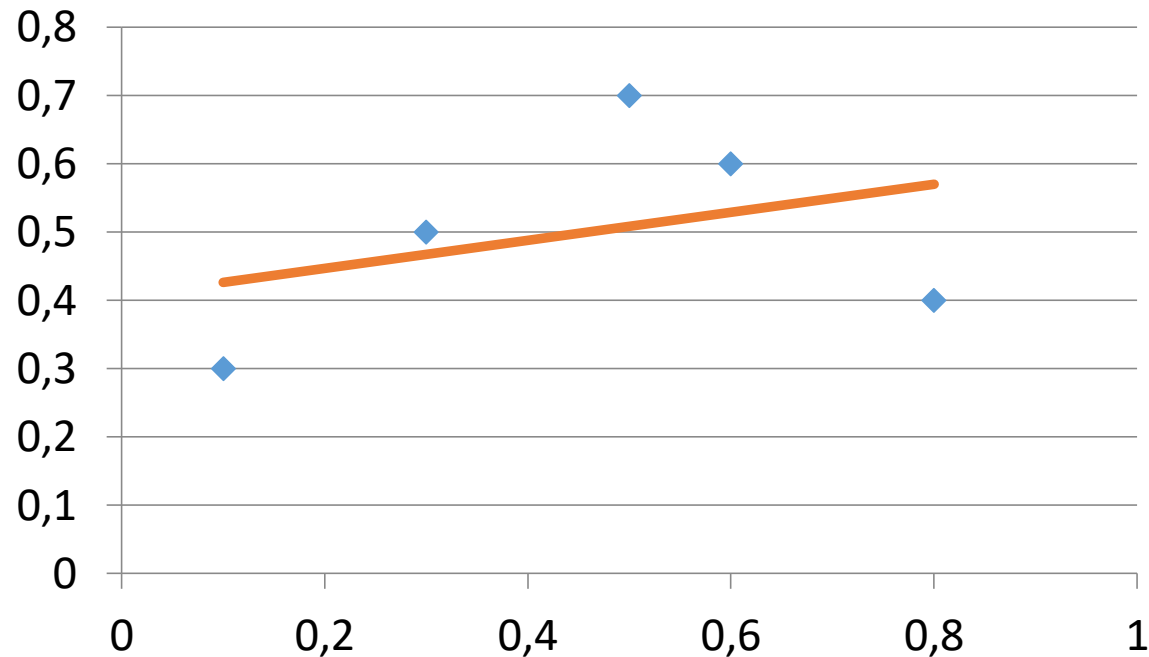
$$y = 1.027x + 0.127$$

Kepadatan = 1

$$\begin{aligned} y &= 1.027 \times 1 + 0.127 \\ &= 1.154 \end{aligned}$$

Regresi Linier

- Regresi linier baik digunakan jika pola data cenderung linier
- Bagaimana jika pola data berbentuk kurva atau naik turun?



Regresi Polinomial

- Regresi polinomial digunakan untuk menemukan hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat dengan n -derajat polinomial
- Polinomial derajat 1 dan 2 biasa disebut sebagai fungsi linier dan kuadrat.

Regresi Polinomial

- Untuk variabel bebas x dan variabel terikat y pada regresi polinomial derajat 2

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Diketahui sebuah data perbandingan antara kelembaban (x) dan curah hujan (y), sbb:

No.	x	y
1	1	3
2	3	5
3	5	7
4	6	6
5	8	4

- Tentukan fungsi polinomial derajat 2 dari data tersebut!
- Tentukan curah hujan ketika kelembaban = 10

Regresi Polinomial

Contoh:

- Matrik regresi polinomial derajat 2

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Menghitung elemen matrix

No.	x	y	x²	x³	x⁴	xy	x²y
1	1	3	1	1	1	3	3
2	3	5					
3	5	7					
4	6	6					
5	8	4					
Σ	23	25					

Regresi Polinomial

Contoh:

- Menghitung elemen matrix

No.	x	y	x²	x³	x⁴	xy	x²y
1	1	3	1	1	1	3	3
2	3	5	9	27	81	15	45
3	5	7	25	125	625	35	175
4	6	6	36	216	1296	36	216
5	8	4	64	512	4096	32	256
Σ	23	25	135	881	6099	121	695

Regresi Polinomial

Contoh:

- Diperoleh nilai pada matrix regresi
- Selanjutnya mencari nilai a dengan eliminasi gauss

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 23 & 135 & 881 \\ 135 & 881 & 6099 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 121 \\ 695 \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Mencari nilai a dengan eliminasi gauss
 - Persamaan2 – Persamaan1 * 23/5

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 0 & \frac{146}{5} & 260 \\ 135 & 881 & 6099 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 6 \\ 695 \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Mencari nilai a dengan eliminasi gauss
 - Persamaan3 – Persamaan1 * 27

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 0 & \frac{146}{5} & 260 \\ 0 & 260 & 2424 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 6 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Mencari nilai a dengan eliminasi gauss
 - Persamaan2 * 5

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 0 & 146 & 1300 \\ 0 & 260 & 2424 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 30 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Mencari nilai a dengan eliminasi gauss
 - Persamaan3 – Persamaan2 *130/73

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 0 & 146 & 1300 \\ 0 & 0 & \frac{7952}{73} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 30 \\ \frac{-2440}{73} \end{bmatrix}$$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Mencari nilai a dengan eliminasi gauss

$$\begin{bmatrix} 5 & 23 & 135 \\ 0 & 146 & 1300 \\ 0 & 0 & \frac{7952}{73} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 30 \\ \frac{-2440}{73} \end{bmatrix}$$

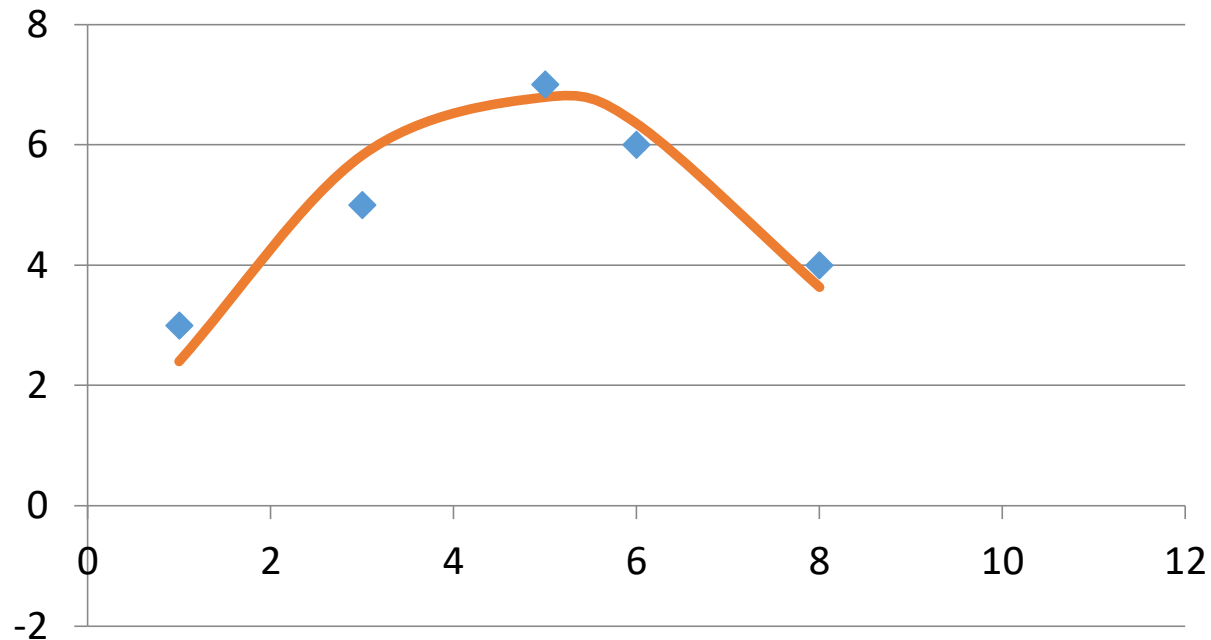
- $a_0 = -0.22837$
- $a_1 = 2.93762$
- $a_2 = -0.30684$

Regresi Polinomial

Contoh:

- Diperoleh persamaan:

$$y = -0.30684x^2 + 2.93762x - 0.22837$$

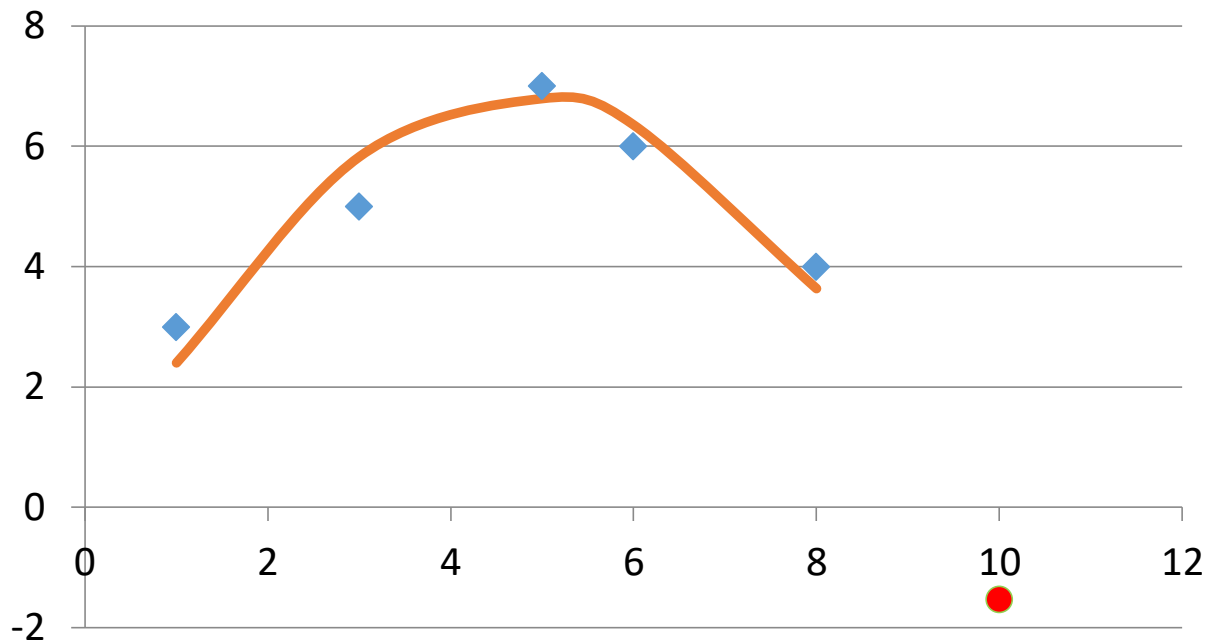


Regresi Polinomial

Contoh:

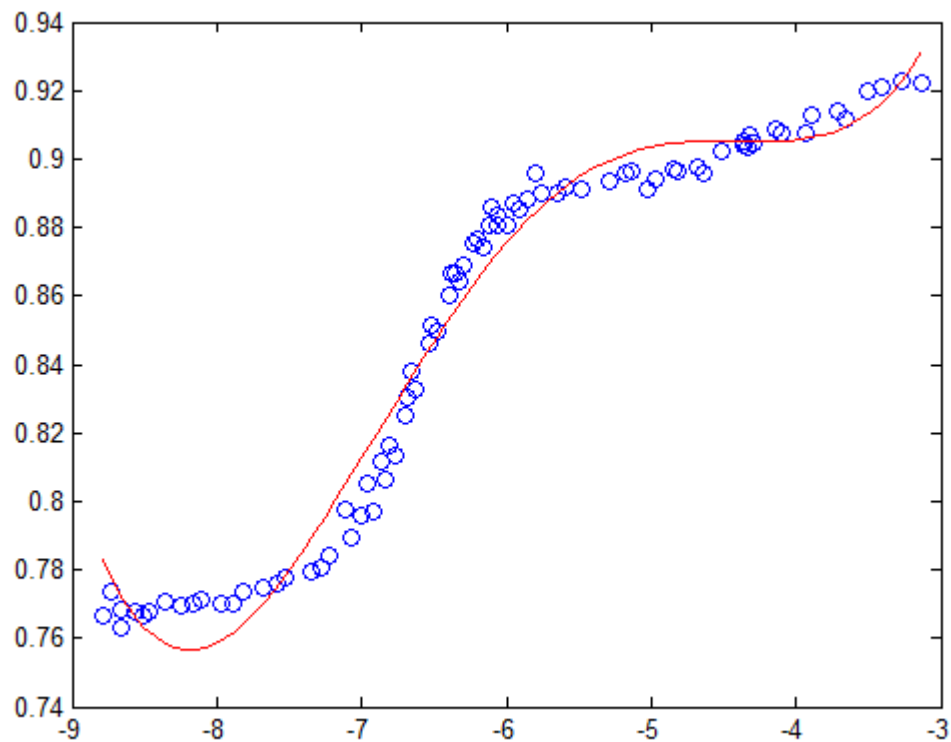
- Kelembaban = 10

$$y = -0.30684x^2 + 2.93762x - 0.22837$$
$$= -1.53617$$



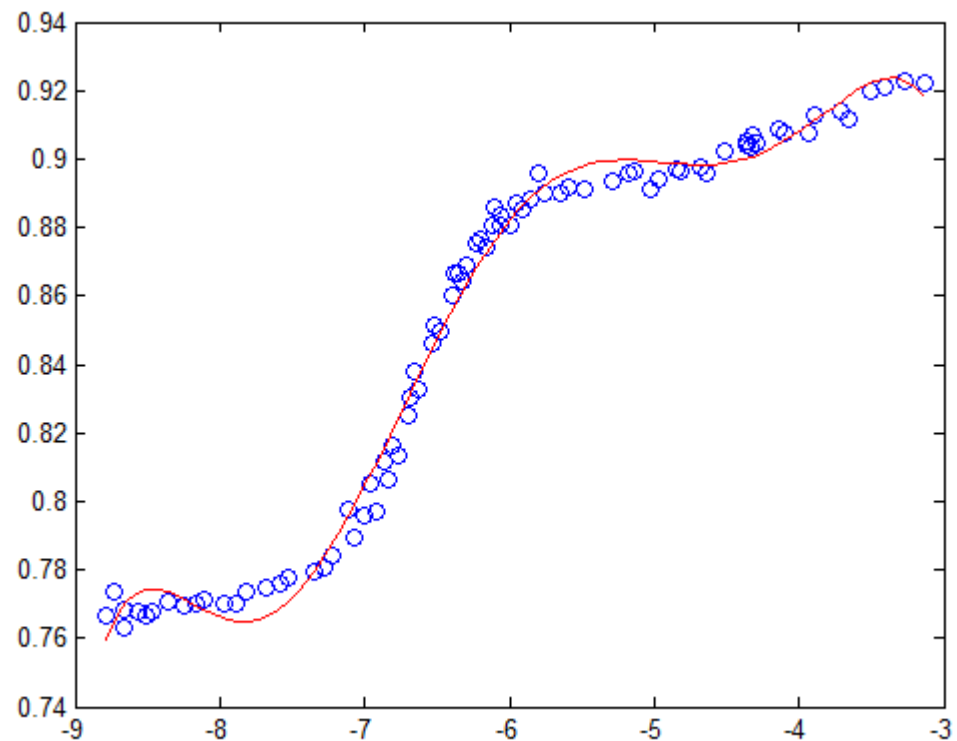
Regresi Polinomial

- Regresi Polinomial baik digunakan dalam simulasi pola data yang tidak linier



Regresi Polinomial

- Semakin tinggi derajat polinomial maka semakin banyak terjadi kelengkungan kurva yang dapat berupa 'bukit' atau 'lembah'



Sekian

TERIMA KASIH