

Bab 3


# ANALISIS REGRESI

# Pendahuluan

Dalam kehidupan ini kita berhadapan dengan berbagai gejala yang meliputi berbagai variabel.

## **Contoh:**


1. berat badan dalam taraf tertentu tergantung pada tinggi badannya,
2. produktivitas kerja pada taraf tertentu tergantung pada efisiensi dan efektivitas kerjanya,
3. produksi padi tergantung pada kesuburan tanah, teknologi, banyak curah hujan,
4. investasi bergantung pada suku bunga bank,
5. hubungan musim kemarau dengan kebutuhan payung dan es, dan sebagainya.



Berdasarkan contoh di atas, maka tampaklah mana variabel bebas (yang mempengaruhi) dan variabel terikat atau tergantung (yang dipengaruhi).

Variabel yang mempengaruhi ini dalam analisis regresi disebut sebagai variabel bebas atau **variabel prediktor**, dengan lambang X;

sedangkan variabel yang dipengaruhi disebut variabel takbebas atau variabel respon atau **variabel kriterium** dengan lambang Y.



Jika kita mempunyai data yang terdiri atas dua atau lebih variabel, adalah sewajarnya untuk mempelajari cara bagaimana variabel-variabel itu berhubungan. Hubungan yang diperoleh biasanya dinyatakan dalam persamaan matematik yang menyatakan **hubungan fungsional** antara variabel-variabel.

Hubungan fungsional antara satu variabel bebas dengan satu variabel tak bebas disebut **analisis regresi tunggal**,

sedangkan hubungan fungsional yang lebih dari satu variabel disebut **analisis regresi ganda**.



Bentuk Umum Persamaan Regresi Linier:

di mana:


$$\hat{Y} = a + bX$$

$\hat{Y}$  = variabel tak bebas

$X$  = variabel bebas

$a$  = konstanta

$b$  = koefisien arah regresi linier



Bentuk persamaan regresi tersebut sering dibaca sebagai regresi X atas Y, artinya regresi X sebagai variabel bebasnya dengan Y sebagai variabel terikatnya. Sebaliknya ada pula persamaan regresi yang dibaca sebagai regresi Y atas X.

Koefisien arah regresi linier dinyatakan dengan huruf  $b$  yang juga menyatakan perubahan rata-rata variabel Y untuk setiap variabel X sebesar satu bagian. Maksudnya ialah bila harga  $b$  positif, maka variabel Y akan mengalami kenaikan atau pertambahan. Sebaliknya bila  $b$  negatif, maka variabel Y akan mengalami penurunan.

# Contoh

Persamaan regresi antara pengunjung toko (X) dengan pembeli (Y) ialah :

$$Y = 9 + 0,50 X.$$

Maknanya ialah : karena b positif, maka hubungan fungsionalnya juga menjadi positif. Selanjutnya kita dapat mengatakan bahwa jika setiap pengunjung (X) bertambah dengan 30 orang, maka rata-rata pembeli (Y) akan bertambah menjadi  $Y = 9 + 0,50 \cdot 30 = 24$  orang. Dan akhirnya kita dapat menyimpulkan bahwa semakin banyak pengunjung, semakin banyak pula pembelinya.

# REGRESI LINIER

## Metode Kuadrat Terkecil untuk Regresi Linier :

Metoda diagram pencar dapat dipakai menduga bentuk regresi apakah linier atau tidak. Jika tidak betul-betul yakin, lebih baik ditentukan dengan cara lain, misalnya dengan cara kuadrat terkecil (least squares). Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan regresi linier adalah :

$$Y = a + bX$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad a = \frac{\sum y}{n} - b \frac{\sum x}{n}$$

Dari Persamaan Regresi :

Selanjutnya masukkan nilai a dan b ke dalam persamaan regresi:

$$Y = a + b X$$



# Contoh :

Setiap biaya promosi (x) yang dikeluarkan oleh suatu perusahaan akan selalu berpengaruh terhadap keuntungan (y) pada tiap tahun. Dari data suatu perusahaan tertentu diperoleh data dalam jutaan rupiah sebagai berikut :

TAHUN	BIAYA PROMOSI	KEUNTUNGAN
1	1,5	3,6
2	1,0	2,8
3	2,0	4,3
4	2,8	5,4
5	0,4	1,9
6	1,3	2,9

Tentukanlah :

- Persamaan garis regresinya
- Berapa keuntungan yang diperkirakan jika biaya promosi 10 Juta

Jawab :

Pertama kita tentukan variabel bebas (x) dan variabel takbebasnya (y).

Dari data tersebut kita dapat menentukan variabel bebasnya (x) adalah biaya promosi sedangkan variabel tak bebasnya (y) adalah keuntungan.

Buat tabel untuk menghitung nilai b dan a

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>x.y</b>	<b>x<sup>2</sup></b>
1,5	3,6	5,4	2,25
1,0	2,8	2,8	1,00
2,0	4,3	8,6	4,00
2,8	5,4	15,12	7,84
0,4	1,9	0,76	0,16
1,3	2,9	3,77	1,69
<b><math>\sum x = 9</math></b>	<b><math>\sum y = 20,9</math></b>	<b><math>\sum xy = 36,45</math></b>	<b><math>\sum x^2 = 16,94</math></b>

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \\
 &= \frac{(6)(36,45) - (9)(20,9)}{(6)(16,94) - (9)^2} = \frac{218,70 - 188,1}{101,64 - 81} \\
 &= \frac{30,60}{20,64} = 1,48
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\sum y}{n} + b \frac{\sum x}{n} \\
 &= \frac{20,9}{6} + (1,48) \frac{9}{6} = \frac{7,56}{6} = 5,7
 \end{aligned}$$

i. Jadi persamaan garis regresinya adalah  **$y = 5,7 + 1,48 x$**

ii. Jika  $x = 10$  maka  $y = 5,7 + 1,48 ( 10 ) = 20,5$

jadi keuntungan yang diperkirakan adalah 20,5 jt

# REGRESI LINIER GANDA

Bentuk persamaan regresi linier ganda dengan 2 variabel bebas adalah :

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2$$

Sedangkan bentuk persamaan regresi dengan 3 variabel independen adalah:

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 \dots \text{dst}$$

Untuk memperoleh koefisien regresi  $a$ ,  $b_1$  dan  $b_2$  dapat digunakan metode *ordinary least square* (OLS) yang pada prinsipnya adalah meminimumkan jumlah kuadrat deviasi di sekitar garis regresi. Nilai koefisien regresi  $a$ ,  $b_1$  dan  $b_2$  dapat dipecahkan secara simultan dari tiga persamaan berikut.

$$\Sigma Y = na + b_1 \Sigma X_1 + b_2 \Sigma X_2$$

$$\Sigma X_1 Y = a \Sigma X_1 + b_1 \Sigma X_1^2 + b_2 \Sigma X_1 X_2$$

$$\Sigma X_2 Y = a \Sigma X_2 + b_1 \Sigma X_1 X_2 + b_2 \Sigma X_2^2$$

# Contoh :

Suatu penelitian yang dilakukan di Hero Supermarket bertujuan untuk mengetahui hubungan dan pengaruh variabel harga dan pendapatan terhadap permintaan minyak goreng. Berikut adalah hasil penelitiannya.

No. Sampel	Permintaan Minyak (liter/bulan)	Harga Minyak (Rp. ribu/ liter)	Pendapatan (Rp. Juta/bulan)
1	3	8	10
2	4	7	10
3	5	7	8
4	6	7	5
5	6	6	4
6	7	6	3
7	8	6	2
8	9	6	2
9	10	5	1
10	10	5	1

Berdasarkan data tersebut, hitunglah koefisien regresinya

# Jawab :

Untuk mendapatkan koefisien regresi, sesuai dengan persamaan (a), (b) dan (c), perlu dihitung lebih dulu nilai-nilai sebagai berikut.

Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	Y X <sub>1</sub>	Y X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> <sup>2</sup>	X <sub>2</sub> <sup>2</sup>	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>
3	8	10	24	30	64	100	60
4	7	10	28	40	49	100	70
5	7	8	35	40	49	64	56
6	7	5	42	30	49	25	35
6	6	4	36	24	36	16	24
7	6	3	42	21	36	9	18
8	6	2	48	16	36	4	12
9	6	2	54	18	36	4	12
10	5	1	50	10	25	1	5
10	5	1	50	10	25	1	5
ΣY = 68	ΣX <sub>1</sub> = 63	ΣX <sub>2</sub> = 46	ΣY X <sub>1</sub> = 409	ΣY X <sub>2</sub> = 239	ΣX <sub>1</sub> <sup>2</sup> = 405	ΣX <sub>2</sub> <sup>2</sup> = 324	ΣX <sub>1</sub> X <sub>2</sub> = 317

Dengan menggabungkan persamaan (a), (b) dan (c) dengan hasil perhitungan di atas dapat diperoleh persamaan berikut.

$$68 = 10a + 63 b_1 + 46 b_2$$

$$409 = 63a + 405 b_1 + 317 b_2$$

$$239 = 46a + 317 b_1 + 324 b_2$$

Untuk mendapatkan nilai koefisien  $a$ ,  $b_1$  dan  $b_2$  dapat dilakukan dengan cara substitusi yang memerlukan perhitungan ketelitian yang baik. Cara lebih sederhana adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 A &= n \sum X_1 Y - \sum X_1 \sum Y &= 10 \cdot 409 - 63 \cdot 68 &= -194 \\
 B &= n \sum (X_2)^2 - (\sum X_2)^2 &= 10 \cdot 324 - (46)^2 &= 1124 \\
 C &= n \sum X_1 X_2 - \sum X_1 \sum X_2 &= 10 \cdot 317 - 63 \cdot 46 &= 272 \\
 D &= n \sum X_2 Y - \sum X_2 \sum Y &= 10 \cdot 239 - 46 \cdot 68 &= -736 \\
 E &= n \sum (X_1)^2 - (\sum X_1)^2 &= 10 \cdot 405 - (63)^2 &= 81 \\
 F &= EB - C^2 &= 81 \cdot 1124 - (272)^2 &= 17060
 \end{aligned}$$

$$b_1 = \frac{AB - CD}{F} = \frac{(-194) \cdot 1124 - (272 \cdot (-736))}{17060} = -1,015$$

$$b_2 = \frac{DE - AC}{F} = \frac{(-736) \cdot 81 - (-194) \cdot 272}{17060} = -0,41$$

$$a = \frac{\sum Y - b_1 \sum X_1 - b_2 \sum X_2}{n} = \frac{68 - (-1,015 \times 69) - (-0,41 \times 46)}{10} = 15,086$$

Dengan memasukkan nilai  $a$ ,  $b_1$  dan  $b_2$ , maka persamaan regresinya dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$Y = 15,086 - 1,015 X_1 - 0,41 X_2$$



# Latihan Soal

1. Data dibawah ini menunjukkan besarnya biaya advertensi (% dari biaya total) dan laba usaha bersih ( % dari total penjualan) dari sampel random 6 toko tekstil :

Biaya (x)	Laba (y)
1,5	3,6
1,0	2,8
2,8	5,4
0,4	1,9
1,3	2,9
2,0	4,3

- Tentukan garis regresinya dengan metode least square
- Untuk biaya advertensi 1,2 (% dari biaya total) perkirakan besarnya laba bersih ( % dari total penjualan)

2. Data dibawah ini menunjukkan umur dan harga mobil sedan bekas merk tertentu

Umur (tahun)	Harga (ribuan rupiah)
1	1.795
4	985
10	295
2	1.295
5	795
6	995
8	845
1	1.625

- Hitunglah garis regresinya yang memungkinkan kita untuk meramalkan harga berdasarkan umur mobil.
- Ramalkan harga mobil sedan bekas yang sudah berumur 3 tahun.
- Untuk mobil yang sudah berumur 20 tahun bagaimana pendapat anda ?

3.Data dibawah ini menunjukkan umur anak (X1), berat waktu lahir (X2), dan panjang badan anak tersebut (Y) dari sampel random 9 anak.

Umur (hari)	Berat lahir (kg)	Panjang badan (cm)
78	2,75	57,5
69	2,15	52,8
77	4,41	61,3
88	5,52	67,0
67	3,21	53,5
80	4,32	62,7
74	2,31	56,2
94	4,30	68,5
102	3,71	69,2

- Hitunglah persamaan regresinya dengan metode least square dari Y atas X1 dan X2. Kemudian hitunglah dugaan nilai Y berdasarkan nilai X1 dan X2 nya
- Perkirakan panjang badan rata-rata bagi anak yang berumur 75 hari dan berat badan waktu lahir 3,15 kg.