

# Bab 1

# PENGANTAR PELUANG



www.shutterstock.com



# PENDAHULUAN

Misalkan sebuah peristiwa A dapat terjadi sebanyak  $n$  kali diantara  $N$  peristiwa yang saling eksklusif dan masing-masing terjadi dengan kesempatan yang sama, maka peluang peristiwa A terjadi adalah  $n/N$  dan ditulis dalam notasi :

$$P(A) = \frac{n}{N} \quad , \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

# KEJADIAN YANG SALING EKSLUSIF

Adalah kondisi dimana jika kejadian yang satu sudah terjadi maka kejadian yang lain tidak mungkin terjadi

$$P(A \cup B) = P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$$

## Contoh :

- \* Jika peluang terambil satu kartu 'hati' pada setumpuk kartu bridge adalah  $13/52$  dan peluang terambil kartu 'wajik' adalah  $13/52$ .
- \* Maka peluang terambil kartu 'hati' atau 'wajik' adalah  $13/52 + 13/52 = 26/52$  atau sama dengan peluang terambil kartu yang merah, artinya kalau tidak 'hati' berarti 'wajik' yang terambil. Jika yang satu sudah terambil maka yang lain tidak akan terambil.

$$\begin{aligned} P(\heartsuit \cup \spadesuit) &= P(\heartsuit) + P(\spadesuit) \\ &= 13/52 + 13/52 = 1/2 \end{aligned}$$

# KEJADIAN YANG SALING INKLUSIF

- \* Adalah kondisi dimana jika kejadian yang satu sudah terjadi maka kejadian yang lain masih mungkin terjadi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

## Contoh :

- \* Jika peluang terambil satu kartu 'hati' pada setumpuk kartu bridge adalah  $13/52$  dan peluang terambil kartu 'As' adalah  $4/52$ .
- \* Maka peluang terambil kartu 'hati' atau 'As' adalah  $13/52 + 4/52 - 1/52 = 16/52$ . Disini perhitungan di kurangi  $1/52$  karena pada pengambilan kartu 'hati' atau 'As' ada kemungkinan terambil kartu 'hati' yang 'As' dengan peluang  $1/52$

$$\begin{aligned}P(\heartsuit \cup \text{As}) &= P(\heartsuit) + P(\text{As}) - P(\heartsuit \cap \text{As}) \\&= 13/52 + 4/52 - 1/52 = 16/52\end{aligned}$$

# KEJADIAN YANG SALING INDEPENDEN

- \* Kondisi dimana jika kejadian yang satu tidak berhubungan dengan kejadian yang lain

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

## Contoh :

- \* Dilakukan pelemparan dua buah dadu. Jika peluang munculnya mata 1 pada dadu pertama =  $1/6$  dan peluang munculnya mata 1 pada dadu kedua =  $1/6$ .
- \* Maka peluang dalam satu kali pelemparan 2 dadu akan muncul mata 1 pada dadu pertama dan mata 1 pada dadu kedua adalah  $1/6 \times 1/6 = 1/36$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A \text{ dan } B) = P(A) \cdot P(B) \\ &= 1/6 \times 1/6 = 1/36 \end{aligned}$$



# KEJADIAN BERSYARAT

- \* Sebuah kondisi dimana kejadian yang satu menjadi syarat untuk kejadian berikutnya. Jadi kejadian kedua terjadi setelah kejadian satu terjadi.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

## Contoh :

- \* Sebuah kotak berisi 3 buah bola berwarna kuning, 4 buah bola berwarna merah dan 5 buah bola berwarna biru, yang sama ukurannya.

3 K
4 M
5 B

- \* Peluang terambil bola K =  $P(K) = 3/12$ , peluang terambil bola M =  $P(M) = 4/12$  dan peluang terambil bola B =  $P(B) = 5/12$

- \* Jika diambil dua buah bola berurutan, maka peluang terambil pertama bola merah dan ke dua bola biru adalah :

$$4/12 \times 5/11 = 0,79.$$

- Disini peluang terambil bola biru  $5/11$  karena bola pertama sudah terambil sehingga jumlah bola keseluruhan tinggal 11

$$\begin{aligned} P(M \cap B) &= P(M) \cdot P(B|M) \\ &= 4/12 \times 5/11 = 0,79 \end{aligned}$$

# THEOREMA BAYES

Jika kita mengamati  $k$  buah kejadian  $B_1, B_2, \dots, B_k$  dengan peluang terjadinya kejadian itu masing-masing  $P(B_1), P(B_2), \dots, P(B_k)$  kemudian kita mengamati sebuah kejadian  $A$  dalam masing masing kejadian tadi dengan peluang  $P(A|B_1), P(A|B_2), \dots, P(A|B_k)$ , maka peluang terjadi kejadian  $A$  adalah :

$$P(A) = P(B_1) P(A|B_1) + P(B_2) P(A|B_2) + \dots + P(B_k) P(A|B_k)$$

Dan peluang kejadian A tersebut berasal dari kejadian  $B_r$  adalah :

$$P(B_r | A) = \frac{P(B_r)P(A | B_r)}{P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) + \dots + P(B_k)P(A | B_k)}$$

## Contoh :

\* Tiga orang telah dicalonkan sebagai manajer sebuah perusahaan. Peluang A terpilih adalah 0,3, peluang B terpilih adalah 0,5, dan peluang C terpilih adalah 0,2. Jika A terpilih, peluang terjadinya kenaikan gaji karyawan adalah 0,8. Jika B atau C terpilih, peluang kenaikan gaji karyawan masing-masing adalah 0,1 dan 0,4.

1. Berapa peluang terjadi kenaikan gaji?
2. Berapa peluang kenaikan gaji jika C terpilih?

# Penyelesaian

$B_1 = A$  terpilih,  $B_2 = B$  terpilih, dan  $B_3 = C$  terpilih  $G =$  kejadian gaji naik

$$P(B_1) = 0.3, P(B_2) = 0.5, P(B_3) = 0.2$$

$$P(G \mid B_1) = 0.8, P(G \mid B_2) = 0.1, P(G \mid B_3) = 0.4$$

Peluang terjadi kenaikan gaji karyawan adalah

$$\begin{aligned} P(G) &= P(B_1) P(G \mid B_1) + P(B_2) P(G \mid B_2) + P(B_3) P(G \mid B_3) \\ &= (0.3)(0.8) + (0.5)(0.1) + (0.2)(0.4) \\ &= 0.37 \end{aligned}$$

Jadi peluang kenaikan gaji sebesar 0,37

Peluang kenaikan gaji terjadi jika terpilih C adalah

$$P(B_3 | G) = \frac{P(B_3)P(G | B_3)}{P(B_1)P(G | B_1) + P(B_2)P(G | B_2) + P(B_3)P(G | B_3)}$$
$$P(B_3 | G) = \frac{(0,2)(0,4)}{(0,3)0,8) + (0,5)(0,1) + (0,2)(0,4)} = \frac{8}{37}$$

Jadi peluang kenaikan gaji jika C terpilih adalah sebesar 0,23



# SOAL 1

Sebuah kota kecil mempunyai satu unit pemadam kebakaran dan satu ambulance yang tersedia dalam keadaan darurat. Probabilitas bahwa unit pemadam kebakaran akan siap diperlukan adalah 0,98 dan probabilitas bahwa ambulance siap bila dipanggil adalah 0,92. Dalam peristiwa terbakarnya sebuah gedung di kota itu,

- a. Berapa probabilitasnya keduanya akan siap beroperasi
- b. Berapa probabilitasnya bahwa yang siap beroperasi hanya salah satu

# SOAL 2

Jika diketahui probabilitas bahwa Amir masih hidup 20 tahun lagi adalah 0,7 dan probabilitas bahwa Badu masih hidup 20 tahun lagi adalah 0,9.

- a. berapa probabilitasnya bahwa keduanya tidak hidup 20 tahun lagi
- b. berapa probabilitasnya bahwa hanya Amir yang masih hidup 20 tahun lagi

# SOAL 3

Seorang mahasiswa mempunyai peluang untuk lulus dalam mata kuliah A, B, C dan D masing-masing adalah 0,6 ; 0,8 ; 0,7 dan 0,9. Jika kelulusan dalam suatu mata kuliah tidak tergantung dari kelulusan mata kuliah lainnya, hitunglah probabilitasnya bahwa mahasiswa tersebut :

- a. Lulus dalam keempat mata kuliah
- b. Tidak lulus dalam empat mata kuliah
- c. Lulus dalam dua mata kuliah

# SOAL 4

Pengantin baru mengatakan bahwa mereka menginginkan 3 orang anak dari pernikahannya. Bila keinginannya terpenuhi, tentukanlah nilai kemungkinan bahwa anaknya

- a. wanita semua;
- b. satu pria dan dua wanita;
- c. pria semua

# SOAL 5

Probabilitas seorang dokter akan mendiagnosis dengan tepat adanya suatu penyakit tertentu adalah 0,7. Pada peristiwa seorang dokter membuat kesalahan dalam pemeriksaan suatu penyakit (diagnosis tidak tepat), probabilitas bahwa pasien akan mengajukan tuntutan adalah 0,9.

Hitunglah probabilitasnya bahwa dokter tersebut membuat diagnosis yang tidak tepat dan pasien tersebut mengajukan tuntutan.

# SOAL 6

Suatu Biro Perjalanan Wisata menawarkan 3 armada barunya. Ternyata diketahui bahwa 25% orang memilih Bus Safari, 30% orang memilih Bus Nusantara dan sisanya memilih Bus Rahayu. Berdasarkan pengalaman diketahui bahwa dari ke-3 armada tersebut, 4% dari Bus Safari kemungkinan rusak armadanya, 6% dari Bus Nusantara kemungkinan rusak armadanya dan 8% dari Bus Rahayu kemungkinan rusak armadanya.

Berdasarkan data-data diatas, tentukan :

- Berapa probabilitas armada yang rusak ?
- Jika ternyata ditemukan ada armada yang rusak, berapa probabilitas bahwa armada tersebut adalah Bus Rahayu
- Siapakah nama pemilik perusahaan bus Safari?

# SOAL 7

- Supplier I, II, III, dan IV menyediakan seluruh keperluan telur bagi Toko Roti Swiss sebanyak masing-masing 25%, 35%, 10 % dan 30%. Dari pengalaman selama ini diketahui bahwa supplier I, II, III, dan IV masing-masing mengirimkan 20%, 5%, 30%, dan 10% telur yang rusak. Maka probabilitas bahwa sebutir telur yang dipilih secara acak merupakan telur yang rusak dapat dihitung sebagai berikut :
- \* Misalkan A adalah peristiwa ditemukannya sebutir telur yang rusak, dan B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub> dan B<sub>4</sub> adalah peristiwa pemilihan telur yang dikirim oleh supplier I, II, III, dan IV.
- \* Kemudian jika ditemukan ada sebutir telur yang rusak, maka probabilitas telur rusak itu berasal dari supplier III adalah ?