

Bab 4

ANALISIS KORELASI

PENDAHULUAN

Korelasi adalah suatu alat analisis yang dipergunakan untuk mencari hubungan antara variabel independen/bebas dengan variabel dependen/takbebas.

Apabila beberapa variabel independen/bebas dihubungkan dengan satu variabel dependen/takbebas disebut **korelasi berganda**.

Dan apabila satu variabel independen/bebas berhubungan dengan satu variabel dependent/takbebas disebut **korelasi parsial**.

Hubungan antara dua variabel dapat karena hanya kebetulan saja dapat pula memang merupakan hubungan yang sebab akibat.

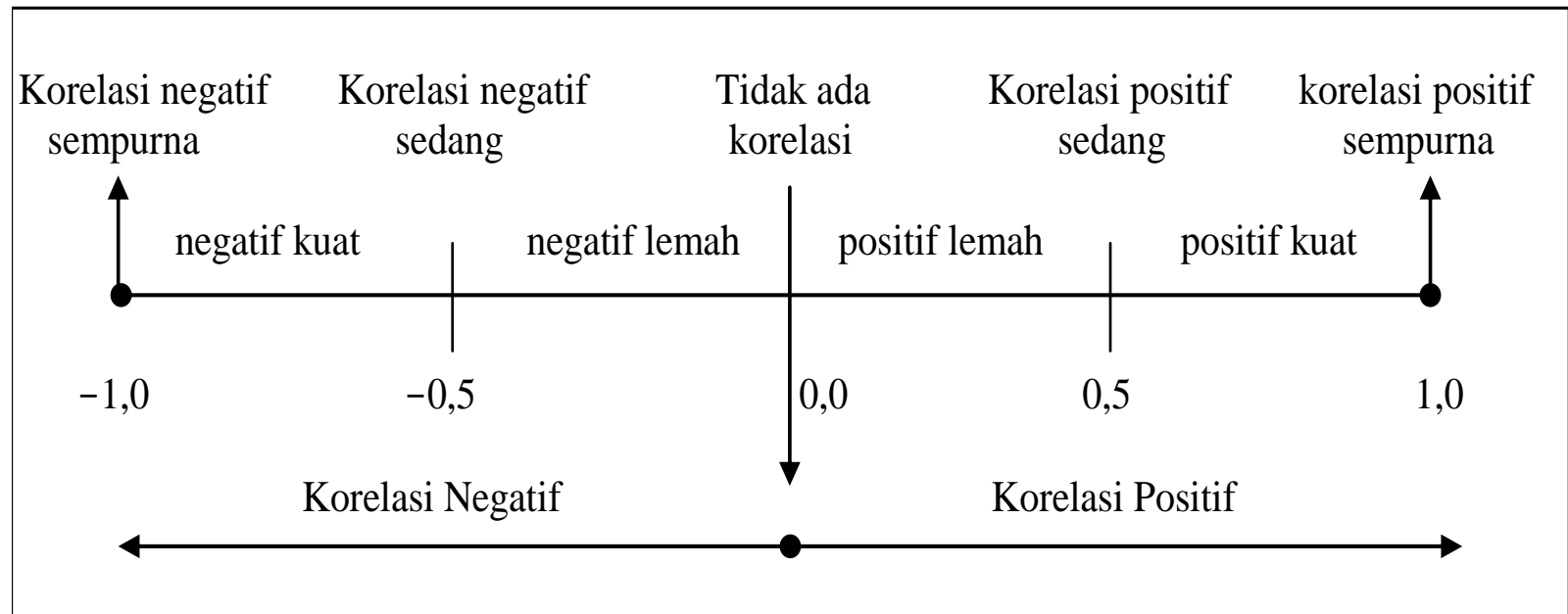
Dua variabel berkorelasi apabila perubahan yang lain secara teratur, dengan arah yang sama atau arah yang berlawanan.

Dalam analisa korelasi disamping mengukur kesesuaian garis regresi terhadap data sampel atau disebut **Koefisien Determinasi atau Koefisien Penentu**, juga mengukur keeratan hubungan antara variabel atau disebut **Koefisien Korelasi**.

Dengan kata lain, analisa regresi menjawab bagaimana pola hubungan variabel-variabel dan analisa korelasi menjawab bagaimana keeratan hubungan yang diterangkan dalam persamaan regresi.

Kedua analisa ini biasanya dipakai bersama-sama. Koefisien korelasi dilambangkan dengan r dan koefisien determinasi dilambangkan dengan r^2 .

Harga r bergerak antara -1 dan $+1$ dengan tanda negatif menyatakan adanya korelasi tak langsung atau korelasi negatif dan tanda positif menyatakan adanya korelasi langsung atau korelasi positif. $r=0$ menyatakan tidak ada hubungan linier antara variabel X dan Y .



KOEFISIEN KORELASI RANK SPEARMAN

Koefisien korelasi ini mengukur kedekatan hubungan antara dua variabel ordinal. Koefisien korelasi ini dinamakan koefisien korelasi pangkat atau koefisien korelasi Spearman, yang disimbolkan dengan r .

Pasangan data hasil pengamatan (X_i, Y_i) kita susun menurut urutan besar nilainya dalam tiap variabel. Kemudian kita bentuk selisih atau beda peringkat X_i dan peringkat Y_i yang data aslinya berpasangan. Beda ini disimbolkan dengan b_i , maka koefisien korelasi peringkat r dihitung dengan rumus:

$$r = 1 - \frac{6 \sum b_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Contoh :

Data berikut adalah penilaian 2 orang juri terhadap 8 orang peserta perlombaan.

Peserta	Juri I	Juri II
A	70	80
B	85	75
C	65	55
D	50	60
E	90	85
F	80	70
G	75	90
H	60	65

Tentukan Koefisien Korelasi rank !

Penyelesaian

Peserta	Juri I	Juri II	Beda (b_i)	b_i^2
A	5	3	2	4
B	2	4	-2	4
C	6	8	2	4
D	8	7	1	1
E	1	2	-1	1
F	3	5	-2	4
G	4	1	3	9
H	7	6	1	1
Jumlah	-	-	-	28

Koefisien Korelasi rank :

$$r = 1 - \frac{6 \sum b_i^2}{n (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 (28)}{8 (64 - 1)} = 0,667$$

KOEFISIEN KORELASI PEARSON (PRODUCT MOMENT)

Untuk sekumpulan data (X_i, Y_i) berukuran n , koefisien korelasi dapat dihitung dengan rumus:

$$r = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{\{n (\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2\} \{n (\sum Y_i^2) - (\sum Y_i)^2\}}}$$

Contoh :

Diketahui data jumlah SKS dan IPK mahasiswa sbb.

Jumlah SKS (X)	IPK (Y)
10	3,00
10	2,50
15	2,00
10	1,50
5	1,00

Tentukan nilai koefisien korelasi dengan metode product moment dan jelaskan artinya!

Jawab :

Buat tabel penolong untuk menghitung r

No	X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
1	10	3,00	30	100	9,00
2	10	2,50	25	100	6,25
3	15	2,00	30	225	4,00
4	10	1,50	15	100	2,25
5	5	1,00	5	25	1,00
n=5	$\sum X_i = 50$	$\sum Y_i = 10$	$\sum X_i Y_i =$ 105	$\sum X_i^2 =$ 550	$\sum Y_i^2 =$ 22,5

$$r = \frac{5(105) - (50)(10)}{\sqrt{\{5(550) - (50)^2\}\{5(22,5) - (10)^2\}}} = \frac{25}{\sqrt{(250)(12,5)}} = 0,447$$

Dari hasil ini ternyata didapat korelasi positif antara jumlah sks (X) dan IPK yang didapat (Y).

KOEFISIEN DETERMINASI

Koefisien determinasi merupakan ukuran untuk mengetahui kesesuaian atau ketepatan antara nilai dugaan dengan data sampel. Koefisien determinasi didefinisikan sebagai berikut.

Koefisien determinasi adalah bagian dari keragaman total variabel tak bebas Y (variabel yang dipengaruhi atau dependent) yang dapat diterangkan atau diperhitungkan oleh keragaman variabel bebas X (variabel yang mempengaruhi, independent)

Jadi koefisien determinasi adalah kemampuan variabel X mempengaruhi variabel Y. Semakin besar koefisien determinasi menunjukkan semakin baik kemampuan X mempengaruhi Y.

Koefisien Determinasi =

$$r^2 = \frac{[n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)]^2}{\sqrt{\{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2\} \{n(\sum Y_i^2) - (\sum Y_i)^2\}}}$$

KOEFISIEN KORELASI GANDA

Untuk 2 variabel bebas (X_1 dan X_2) maka r dihitung dengan rumus:

$$r_{y \ x_1 \ x_2} = \sqrt{\frac{r_{y \ x_1}^2 + r_{y \ x_2}^2 - 2 r_{y \ x_1} r_{y \ x_2} r_{x_1 \ x_2}}{1 - r_{x_1 \ x_2}^2}}$$

dimana : $r_{y \ x_1 \ x_2}$ = Koefisien korelasi ganda antara variable X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variable Y

$r_{y \ x_1}$ = Koefisien korelasi X_1 dengan Y

$r_{y \ x_2}$ = Koefisien korelasi X_2 dengan Y

$r_{x_1 \ x_2}$ = Koefisien korelasi X_1 dengan X_2

Contoh :

Misalkan kita melakukan pengamatan terhadap 10 keluarga mengenai:

X_1 = pendapatan dalam ribuan rupiah

X_2 = jumlah keluarga dalam satuan jiwa

Y = pengeluaran untuk membeli barang A dalam ratusan rupiah

X_1	10	2	4	6	8	7	4	6	7	6
X_2	7	3	2	4	6	5	3	3	4	3
Y	23	7	15	17	23	22	10	14	20	19

Akan dibuktikan ada hubungan linier positif dan signifikan antara variabel X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variabel Y .

No	X_1	X_2	Y	X_1Y	X_2Y	X_1X_2	X_1^2	X_2^2	Y^2
1	10	7	23	230	161	70	100	49	529
2	2	3	7	14	21	6	4	9	49
3	4	2	15	60	30	8	16	4	225
4	6	4	17	102	68	24	36	16	289
5	8	6	23	184	138	48	64	36	529
6	7	5	22	152	110	35	49	25	484
7	4	3	10	40	30	12	16	9	100
8	6	3	14	84	42	18	36	9	196
9	7	4	20	140	80	28	49	16	400
10	6	3	19	114	57	18	36	9	361
Jumlah	60	40	170	1121	737	267	406	182	3162

Dari tabel diperoleh:

$$n = 10, \quad \sum X_1 = 60, \quad \sum X_2 = 40, \quad \sum Y = 170, \quad \sum X_1Y = 1122, \quad \sum X_2Y = 737, \quad \sum X_1 X_2 = 267, \\ \sum X_1^2 = 406, \quad \sum X_2^2 = 182, \quad \sum Y^2 = 3162$$

$$r_{y x_1} = \frac{n \sum X_1 Y - (\sum X_1)(\sum Y)}{\sqrt{\{n(\sum X_1^2) - (\sum X_1)^2\} \{n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\}}} =$$

$$r_{y x_1} = \frac{10(1122) - (60)(170)}{\sqrt{\{10(406) - (60)^2\} \{10(3162) - (170)^2\}}}$$

$$r_{y x_1} = \frac{1020}{\sqrt{460 \times 2720}} = \frac{1020}{1118,57}$$

$$r_{y x_1} = 0,912$$

$$r_{y x_2} = \frac{n \sum X_2 Y - (\sum X_2)(\sum Y)}{\sqrt{\{n(\sum X_2^2) - (\sum X_2)^2\} \{n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2\}}} =$$

$$r_{y x_2} = \frac{10(737) - (40)(170)}{\sqrt{\{10(182) - (40)^2\} \{10(3162) - (170)^2\}}}$$

$$r_{y x_2} = \frac{570}{\sqrt{220 \times 2720}} = \frac{570}{773,56}$$

$$r_{y x_2} = 0,74$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{n \sum X_1 X_2 - (\sum X_1)(\sum X_2)}{\sqrt{\{n(\sum X_1^2) - (\sum X_1)^2\} \{n(\sum X_2^2) - (\sum X_2)^2\}}} =$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{10(267) - (60)(40)}{\sqrt{\{10(406) - (60)^2\} \{10(182) - (40)^2\}}}$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{270}{\sqrt{460 \times 220}} = \frac{270}{318,12}$$

$$r_{x_1 x_2} = 0,85$$

$$r_{y x_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{y x_1}^2 + r_{y x_2}^2 - 2 r_{y x_1} r_{y x_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0,912)^2 + (0,74)^2 - 2(0,912)(0,74)(0,85)}{1 - (0,85)^2}}$$

$$= \sqrt{0,8354}$$

$$= 0,914$$

Kesimpulan: Terdapat hubungan yang signifikan antara X_1 bersama-sama dengan X_2 dengan Y .

Atau : Terdapat hubungan yang signifikan antara pendapatan dan jumlah keluarga dengan pengeluaran untuk membeli barang A.

LATIHAN SOAL

1. Data dibawah ini menunjukkan jumlah pemakaian pupuk (X) dan hasil panen padi yang diperoleh (Y):

Pupuk (kg)	Hasil Panen (kw)
20	8
40	9
50	11
70	11
100	12
110	14
120	15
150	16

Hitung koefisien korelasi dengan metode product moment dan
Jelaskan artinya .

2. Dua orang ibu rumah tangga diminta untuk mengemukakan tingkat preferensinya terhadap sabun mandi berbagai merk. Hasilnya adalah sebagai berikut :

Merk Sabun Mandi	Ny. Witono	Ny. Hartoko
A	3	5
B	5	6
C	8	4
D	12	9
E	10	8
F	7	12
G	9	11
H	1	3
I	4	1
J	6	2
K	2	10
L	11	7

Hitunglah nilai koefisien rank

3. Tabel dibawah ini menunjukkan berat badan, tinggi badan, dan umur dari sampel random 12 anak laki-laki. Berat badan diukur dalam pound, tinggi badan diukur dalam inci, dan umur diukur dalam tahun.

Berat Badan (X1)	Tinggi Badan (X2)	Umur (Y)
64	57	8
71	59	10
53	49	6
67	62	11
55	51	8
58	50	7
77	55	10
57	48	9
56	52	10
51	42	6
76	61	12
68	57	9

Hitung koefisien korelasi antara variabel X_1 dan X_2 secara bersama-sama dengan variabel Y.