

BAB 3

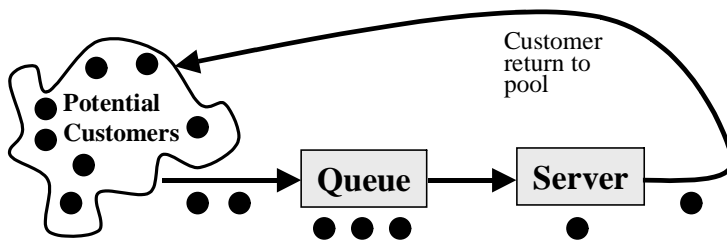
Studi Kasus : Sistem Antrian

Pokok Bahasan

- Pendahuluan
- Sistem, Model dan Simulasi
- Keuntungan dan Kerugian Simulasi
- Jenis-jenis Simulasi
- Simulasi Komputer
- Bahasa Simulasi
- Tahapan Pemodelan Simulasi

3.1 Pendahuluan

Teori antrian diciptakan tahun 1909 oleh ahli matematika Denmark bernama *AK Erlang*. Dia mengembangkan model antrian untuk menentukan jumlah optimal dari fasilitas telephone switching yang digunakan untuk melayani permintaan yang ada. AK Erlang melakukan percobaan yang melibatkan fluktuasi permintaan fasilitas telepon dan pengaruhnya terhadap peralatan pemutaran. Penggunaan model antrian hingga saat ini sudah makin meluas dalam berbagai bidang aplikasi. Sistem antrian ini berkembang karena fasilitas pelayanan (server) yang semakin mahal dan sangat terbatas. Hampir setiap organisasi selalu ada suatu proses yang menimbulkan deretan tunggu atau antrian. Deretan, bagian, mesin atau unit lain harus menunggu untuk mendapatkan pelayanan karena terbatasnya fasilitas pelayanan atau sumber daya pelayanan dan tidak bisa memenuhinya secara bersamaan.



Gambar 3.1 : Skema Sistem Antrian

Dalam kehidupan sehari-hari, sering kita perhatikan berbagai proses yang beroperasi dengan sumber daya yang relatif terbatas. Bayangkan bahwa anda saat ini akan bepergian menggunakan pesawat. Untuk membeli tiket, anda harus berdiri dalam deretan menuju loket agen perjalanan. Begitu anda tiba di bandara, anda berdiri pada deretan pemeriksaan bagasi. Kemudian anda berdiri lagi untuk melakukan *boardingpass* guna mendapatkan tempat duduk. Anda akan berdiri lagi dalam

deretan untuk pemeriksaan keamanan dan sekali lagi berada dalam antrian di ruang tunggu untuk menunggu kedatangan pesawat. Begitu pesawat bergerak dari garasi, pesawat juga harus menunggu dalam deretan antrian untuk dapat menggunakan landasan. Ketika pesawat siap, anda akan berdiri berderet lagi untuk dapat menggunakan tangga masuk pesawat. Menjelang pesawat tiba di tujuan, pesawat akan berputar-putar di udara untuk menunggu apakah landasan sudah cukup bebas dan siap untuk mendarat. Begitu sampai di tempat tujuan dan turun dari pesawat, anda siap untuk menunggu kedatangan bagasi anda. Bila pengelolaan antrian kurang bagus, maka penggunaan peralatan atau fasilitas layanan menjadi kurang optimal dan menyebabkan pelanggan tidak puas.

Berikut beberapa contoh system antrian dalam kehidupan sehari-hari :

| Sistem Situasi | Subyek Kedatangan | Antrian | Fasilitas Pelayanan |
|-----------------------|--------------------------|----------------|----------------------------|
| Bandara | Pesawat | Mendarat | Landasan |
| Restoran | Pelanggan | Pesan | Meja/pelayan |
| SPBU | Kendaraan | Isi BBM | Mesin Pompa |
| Pelabuhan | Truk | Mengisi Muatan | Terminal |
| Rekrutmen | Pelamar | Wawancara | Pewawancara |
| Supermarket | Pelanggan | Membayar | Kasir |
| Rumah Sakit | Pasien | Rawat Inap | Dokter/Kamar |
| Bank | Nasabah | Transaksi | Teller |
| Komputer | Program | Eksekusi | Memori |
| Perguruan Tinggi | Calon Mhs | Pendaftaran | Loket |

Teori antrian adalah teori yang menyangkut studi matematis dari antrian-antrian atau baris-baris penunngguan. Walaupun tidak dapat secara langsung memecahkan persoalan, tetapi teori ini dapat digunakan untuk memberikan informasi dalam membuat keputusan yang berkaitan dengan permasalahan antrian. Formasi antrian ini merupakan suatu peristiwa yang terjadi apabila kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk melakukan pelayanan. Dalam hal

pelayanan terlalu banyak, maka akan menyebabkan terjadinya penggunaan ongkos yang besar. Sebaliknya apabila kapasitas pelayanan kurang maka akan terjadi antrian yang pada akhirnya juga akan menimbulkan biaya atau kerugian dalam bentuk lain.

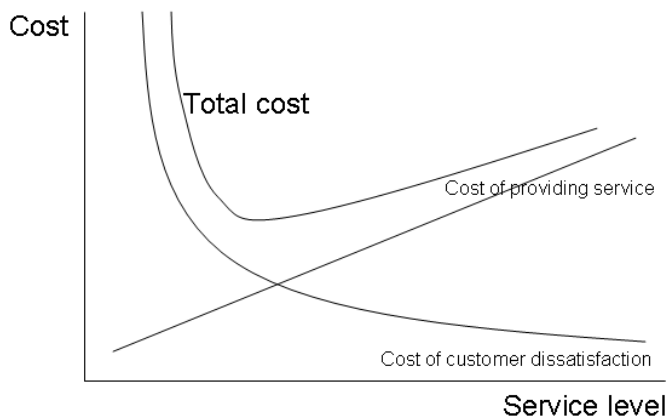
Misalnya sebuah pasar swalayan yang memiliki 6 loket kasir, dapat dipastikan bahwa jumlah konsumen yang berbelanja mungkin tidak setiap hari sama. Pada hari-hari tertentu mungkin akan ramai pembeli, tetapi pada hari-hari lain mungkin sebaliknya. Persoalannya adalah, apakah semua loket kasir akan dioperasikan secara bersama-sama setiap hari ?. Mengoperasikan semua loket kasir disaat sepi pembeli jelas merupakan pemborosan biaya, sedangkan menambah loket kasir disaat ramai pembeli untuk mengurangi panjangnya deret antrian pembeli yang akan membayar di kasir juga belum tentu merupakan keputusan yang terbaik. Sebelum kebijakan-kebijakan diambil oleh manajer, mempelajari dan memodelkan trend kunjungan pembeli ke swalayan kemudian melakukan simulasi untuk menerapkan sistem buka tutup loket kasir diharapkan akan dapat membantu pengambilan keputusan bagi manajer swalayan.

Tujuan utama teori antrian ini secara umum adalah untuk mencari kondisi keseimbangan antara ongkos pelayanan dengan ongkos yang disebabkan oleh adanya antrian tersebut. Ongkos dapat juga berupa sumber daya lain yang dikeluarkan. Dengan demikian, 2 (dua) faktor penting yang mempengaruhi tujuan dari sistem antrian adalah biaya akibat penyediaan pelayanan (*Cost of providing service*) dan biaya akibat ketidakpuasan kustomer (*cost of customer dissatisfaction*).

- **Biaya akibat penyediaan pelayanan (*Cost of providing service*).** Dusahakan sedapat mungkin tidak terlalu banyak fasilitas layanan (*server*) yang menganggur (*idle*) sebab fasilitas pelayanan yang menganggur akan menyebabkan biaya operasional yang tinggi. Hubungan antara biaya penyediaan pelayanan dengan peningkatan pelayanan adalah hubungan linier. Semakin besar tingkat pelayanan maka

akan semakin memerlukan biaya yang semakin besar. Sebagai contoh, penambahan loket kasir pada supermarket, jelas akan menambah biaya operasional (gaji tetap, uang lembur, uang transport, uang makan, biaya pengadaan mesin kasir, biaya listrik dan sebagainya).

- **Biaya akibat ketidakpuasan customer (*cost of customer dissatisfaction*).** Tingginya permintaan layanan tanpa diikuti kapasitas pelayanan yang memadai dapat menyebabkan ketidakpuasan pelanggan yang harus menunggu layanan. Apabila antrian terlalu panjang dan waktu tunggu semakin lama maka ketidakpuasan tinggi semakin tinggi dan pelanggan dapat meninggalkan system yang berakibat pada kerugian (kehilangan keuntungan). Sebagai contoh, sebagian pelanggan yang pesan makanan di sebuah warung makan, mungkin pembeli pada akhirnya membatalkan pesanan atau pindah ke warung makan lain ketika penjual kewalahan melayani pembeli-pembelinya.



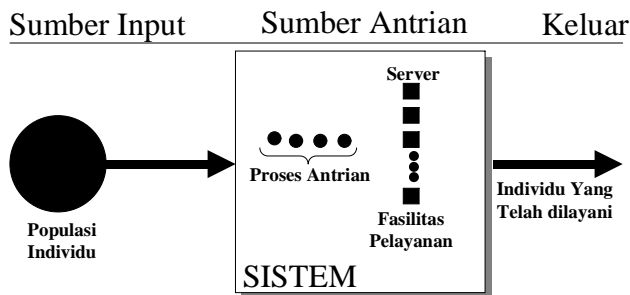
Gambar 3.2 : Grafik Hubungan antara Biaya dengan Tingkat Pelayanan

2.2 Komponen dan Karakteristik Model Antrian

Sistem antrian pada dasarnya terdiri atas 3 (tiga) komponen, yaitu : sumber input, antrian (*queue*) dan keluar (*leaving*).

- *Sumber Input (Calling Population)*

Sumber input dari sistem antrian dapat terdiri atas suatu populasi individu, seperti orang, barang, mesin, pekerjaan dll yang datang pada sistem untuk dilayani atau untuk mendapatkan pelayanan. Karakteristik yang perlu diketahui dari sumber input ini adalah ukuran populasi atau jumlah unit yang memerlukan pelayanan dari waktu ke waktu. Populasi dapat bersifat tak terbatas (*infinite population*) atau terbatas (*finite population*).

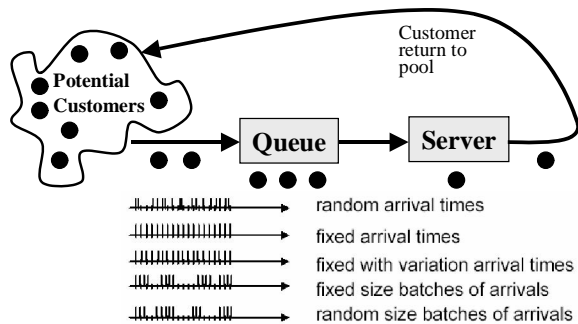


Gambar 3.3 : Komponen Model Antrian

- *Pola Kedatangan (Arrival Pattern)*

Cara individu-individu dari populasi dalam memasuki sistem disebut pola kedatangan (*arrival pattern*). Individu-individu mungkin datang dengan tingkat kedatangan (*arrival rate*) secara konstan (terjadwal) atau acak (*random*). Dan perilaku kedatangan individu dapat bersifat satu per satu atau kelompok (*batches*). Pola kedatangan konstan misalnya tingkat kedatangan botol-botol kosong yang bergerak sepanjang lini menuju mesin pengisian botol kecap secara

otomatis. Sedangkan pola kedatangan kustomer yang akan membayar barang belanja pada loket-loket kasir sebuah swalayan bersifat acak. Dalam pendekatan analisis sistem antrian, pola kedatangan yang bersifat random sering diasumsikan mengikuti pola distribusi statistik tertentu. *Distribusi Poisson* adalah salah satu distribusi statistik random yang paling banyak digunakan untuk menjelaskan pola kedatangan random. Hal ini karena distribusi Poisson menggambarkan jumlah kedatangan per unit waktu bila sejumlah variabel-variabel random mempengaruhi tingkat kedatangan.



Gambar 3.4 : Pola Kedatangan

■ Antrian(*Queue*)

Antrian menunjukkan aktivitas individu yang menunggu untuk mendapatkan pelayanan. Banyaknya individu dalam antrian disebut dengan **Panjang Antrian**. Antrian terjadi apabila kapasitas pelayanan (*server*) atau sumberdaya pelayanan lebih kecil dibandingkan jumlah individu yang memasuki system dan membutuhkan pelayanan. Individu yang sudah berada dalam antrian akan mempunyai perilaku yang berbeda-beda. Beberapa macam perilaku individu dalam antrian antara lain :

- *Balking*

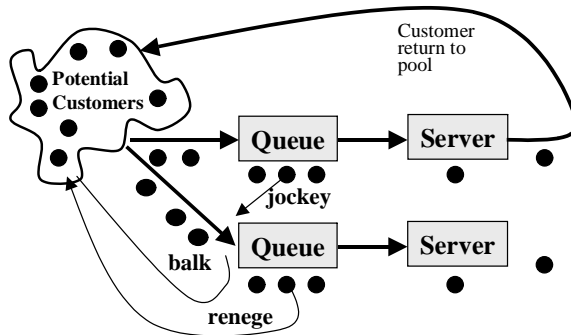
Perilaku individu yang meninggalkan system sebelum masuk antrian karena melihat panjangnya antrian dan tidak mau mengantri (kembali ke populasi). Perilaku ini disebut *Balking*.

- *Reneges*

Perilaku individu yang sudah masuk antrian tetapi kemudian meninggalkan antrian karena panjangnya antrian dan keluar system (kembali ke populasi). Perilaku ini disebut *Reneges*.

- *Jockey*

Perilaku individu yang sudah masuk antrian pada fasilitas antrian tertentu kemudian berpindah pada fasilitas antrian lain. Kondisi ini dapat terjadi ketika individu melihat fasilitas pelayanan lain tidak begitu sibuk dan berharap mempunyai peluang akan mendapat pelayanan yang lebih cepat. Atau dapat juga terjadi ketika individu salah dalam memilih saluran antrian dan kemudian berpindah ke saluran antrian yang benar. Selain itu juga dapat terjadi ketika ada individu yang berpindah dari jalur antrian satu ke jalur antrian lain dan menyerobot ke depan. Perilaku ini disebut *Jockey*.



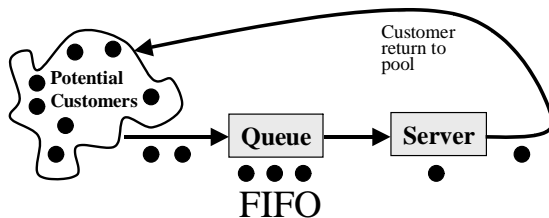
Gambar 3.5 : Perilaku Individu dalam Antrian

- Disiplin Antrian

Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menseleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani lebih dahulu (prioritas). Beberapa disiplin antrian antara lain adalah :

- FIFO (First In First Out) atau FCFS (First Come First Served)

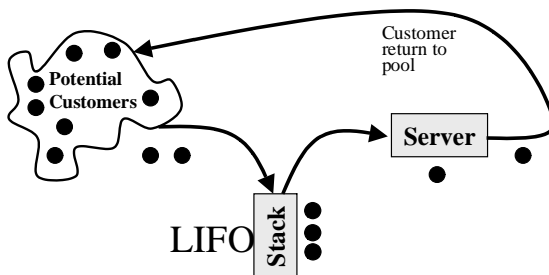
Pelayanan disesuaikan urutan kedatangan, individu yang pertama datang maka akan dilayani pertama. Misalnya antrian nasabah pada bank, stasiun pompa bensin, system inventori dan lain-lain. Merupakan disiplin antrian yang paling umum dan banyak disepakati pada system antrian.



Gambar 3.6 : Skema Disiplin Antrian FIFO

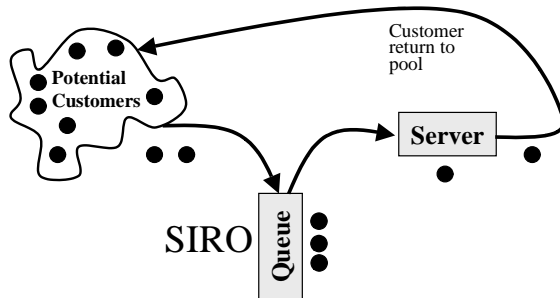
- LIFO (Last In first Out) atau LCFS (Last Come First Served)

Individu yang terakhir datang akan dilayani terlebih dahulu (model *stack*). Misalnya tumpukan karung beras di gudang, karung beras paling atas akan diambil terlebih dahulu dibanding tumpukan karung beras di bawah karena kesulitan mengambil.



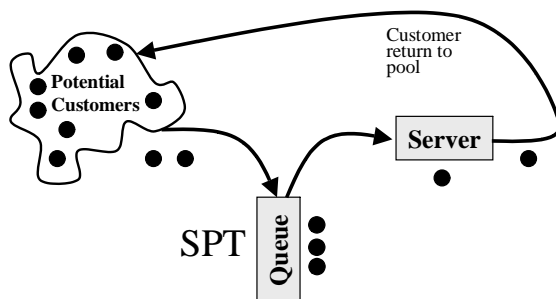
Gambar 3.7 : Skema Disiplin Antrian LIFO

- SIRO (Service In Random Order)
Pelayanan dilakukan secara random atau acak. Misalnya pada pelayanan pembeli di sebuah toko kelontong yang tidak mempunyai jalur antrian.



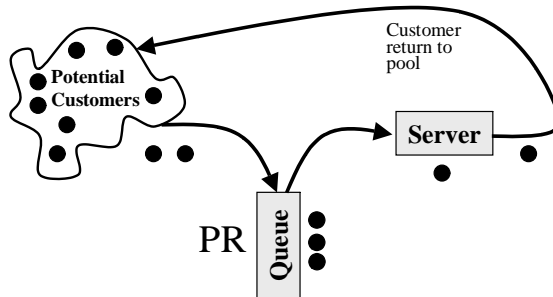
Gambar 3.8 : Skema Disiplin Antrian SIRO

- SOT (Shortest Operating time) atau SPT (Shortest Processing Time)
Pelayanan yang membutuhkan waktu paling cepat akan diprioritaskan. Misalnya layanan fotokopi pada sebuah kios fotokopi. Biasanya orang yang fotokopi sedikit didahulukan dan yang fotokopi banyak bahkan harus ditinggal dahulu. Demikian juga pada jasa perbaikan mobil.



Gambar 3.9 : Skema Disiplin Antrian SOT

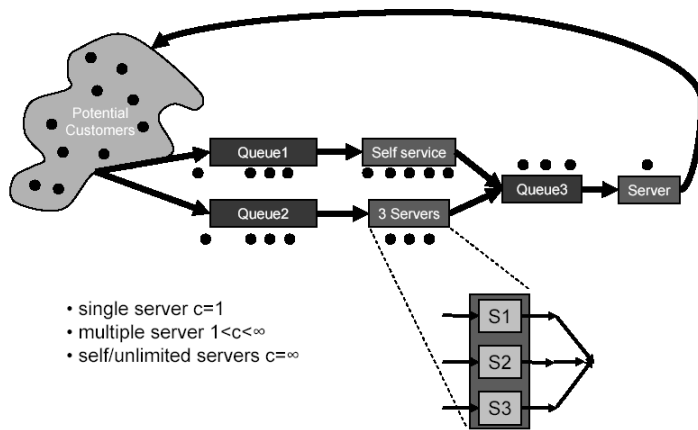
- PR (Priority)
Mendahulukan pelayanan kepada individu dengan prioritas tertentu. Misalnya kedatangan pasien gawat darurat pada rumah sakit akan mendapatkan pelayanan yang diprioritaskan.



Gambar 3.10 : Skema Disiplin Antrian Priority

- Waktu Pelayanan
Menunjukkan waktu yang digunakan untuk melayani individu-individu dalam suatu sistem (*service time*). Waktu pelayanan ini dapat bersifat konstan atau random. Waktu pelayanan konstan misalnya dapat kita jumpai seperti pada pelayanan mesin penutup botol yang secara otomatis akan bekerja selama 1 detik untuk memasang dan mengunci tutup botol. Waktu pelayanan random dapat kita jumpai pada pelayanan nasabah di bank, pengisian BBM di pompa bensin, pemeriksaan pasien oleh dokter, dan sebagainya. Apabila waktu pelayanan ini bersifat random biasanya diasumsikan mengikuti distribusi statistik tertentu, misalnya *berdistribusi Eksponensial*. Sedangkan mekanisme pelayanan dapat berbentuk :
 - Paralel ; Pada sistem terdapat banyak fasilitas pelayanan (multiserver) untuk jenis pelayanan yang sama.

- Serial ; Pada sistem terdapat fasilitas pelayanan yang berjenjang yang harus dilalui oleh individu. Individu harus melalui satu jenis pelayanan tertentu untuk menuju ke fasilitas layanan lain.
- Kombinasi Paralel dan serial ; Pada sistem terdapat banyak fasilitas pelayanan yang berjenjang yang harus dilalui oleh individu dan terdapat banyak fasilitas untuk suatu jenis layanan yang sama.



Gambar 3.11 : Skema Pelayanan

▪ Keluar

Sesudah individu dilayani, maka selanjutnya dia dianggap telah keluar dari sistem (*departure*) dan bergabung dengan populasinya kembali. Selain itu juga dimungkinkan individu tersebut akan memasuki sistem kembali atau memasuki sistem antrian yang lain.

3.3 Struktur Model Antrian

Atas dasar sifat proses pelayanannya, model sistem dapat dikelompokkan fasilitas-fasilitas pelayanannya, yaitu :

- Channel (single atau multiple)

Istilah *Channel* menunjukkan jumlah saluran atau jalur masuk ke dalam sistem.

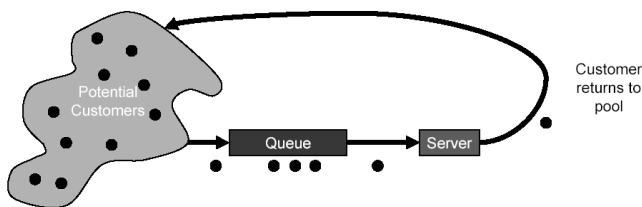
- Phase (single atau multiple).

Istilah Phase menunjukkan jumlah stasiun pelayanan (server) yang harus dilalui oleh individu dalam sistem agar pelayanan yang diterima lengkap.

Berdasarkan Channel dan Phasenya, model antrian dapat dikelompokkan menjadi :

1. Single Channel Single Phase (Saluran Tunggal Pelayanan Tunggal)

Pada system ini hanya terdapat stasiun pelayanan tunggal. Individu datang hanya dari satu saluran (pintu) dan langsung dilayani lalu keluar meninggalkan system. Jika jumlah individu yang datang lebih dari satu orang dan server dalam keadaan sibuk maka akan terjadi antrian. Contoh, pasien yang antri untuk pemeriksaan kesehatan pada seorang dokter. Pengunjung yang akan memasuki area parkir sebuah supermarket.

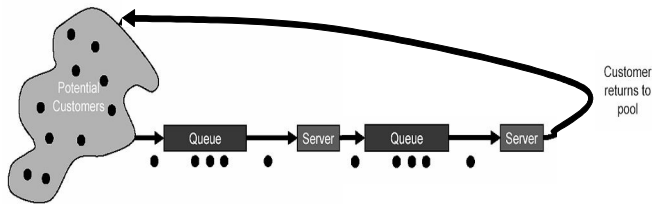


Gambar 3.12 : Skema Model Antrian Single Channel Single Phase

2. Single Channel Multi Phase (Saluran Tunggal Pelayanan Majemuk)

Pada system ini hanya terdapat satu saluran masuk bagi individu tetapi terdapat lebih dari satu stasiun layanan yang harus dilalui individu. Pada setiap server dimungkinkan terjadi antrian jika server dalam keadaan sibuk. Contoh, sebuah jasa pelayanan cuci mobil dengan satu bilik cuci dan

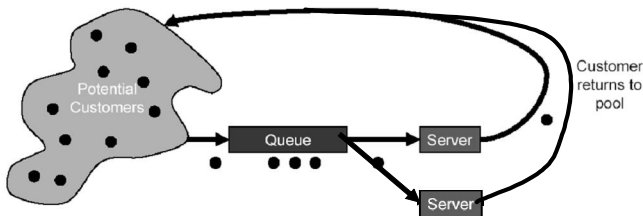
bilik pengering. Pertama mobil menunggu untuk mendapatkan giliran di cuci, setelah mobil selesai dicuci kemudian masuk ke bilik pengering.



Gambar 3.13 : Skema Model Antrian
Single Channel Multi Phase

3. Multi Channel Single Phase (Saluran Majemuk Pelayanan Tunggal)

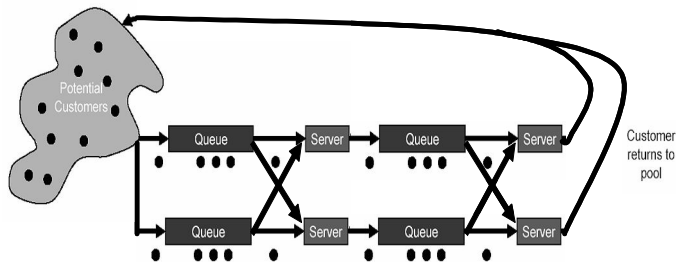
Pada system ini terdapat lebih dari satu saluran masuk ke system tetapi terdapat lebih dari satu stasiun layanan untuk satu jenis layanan yang sama. Contoh pada sistem antrian pengisian bensin di SPBU yang memiliki lebih dari satu pompa. Pembeli atau kendaraan setelah masuk area SPBU dapat memilih fasilitas pelayanan yang dirasakan tidak sibuk. Begitu pengisian bensin sudah selesai maka pembeli langsung keluar dari system. Diasumsikan bahwa pembeli hanya mendapatkan satu jenis layanan yang tunggal yaitu pengisian bensin.



Gambar 3.14 : Skema Model Antrian
Multi Channel Single Phase

4. Multi Channel Multi Phase (Saluran Majemuk Pelayanan Majemuk)

Pada system ini terdapat lebih dari satu saluran masuk ke system dan juga terdapat lebih dari satu server pada system. Contoh pada system penerimaan mahasiswa baru. Calon mahasiswa dapat membeli formulir di loket kampus, atau pada bank-bank yang ditunjuk. Setelah diisi kemudian dikembalikan melalui petugas atau loket-loket pengembalian formulir. Dan seterusnya hingga proses registrasi selesai dilakukan oleh calon mahasiswa.



Gambar 3.15 : Skema Model Antrian Multi Channel Multi Phase

3.4 Notasi Model dan Notasi Ukuran Kinerja

Untuk menyederhanakan penggunaan simbol dan asumsi-asumsi yang dimiliki oleh model, biasanya digunakan notasi khusus yang disebut **Notasi Kendall** dengan format sebagai berikut :

| Tingkat Kedatangan | Tingkat Pelayanan | Jumlah Server | Besar Populasi | Panjang Antrian |
|-----------------------|----------------------|------------------|-------------------|--------------------|
|-----------------------|----------------------|------------------|-------------------|--------------------|

- Tingkat Kedatangan : M untuk random berdistribusi Poisson, D untuk konstan, E untuk random berdistribusi Erlang dan G untuk distribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2 .

- Tingkat Pelayanan : M untuk random berdistribusi eksponensial, D untuk konstan, E untuk random berdistribusi Erlang dan G untuk distribusi normal dengan rata-rata μ dan varians σ^2 .
- Jumlah Server : S (Jumlah fasilitas pelayanan), tunggal atau banyak.
- Besar Populasi : Infinite (I) atau Finite (F).
- Panjang Antrian/Kapasitas Sistem : Infinite (I) atau Finite (F).

3.5 Notasi Variabel Kinerja Sistem Antrian

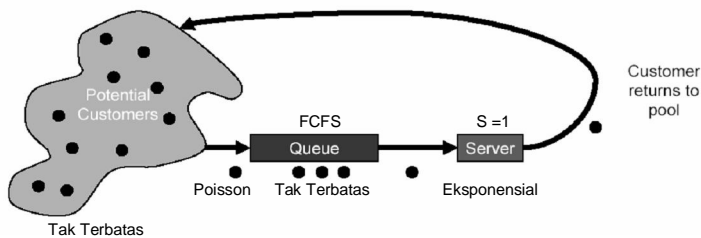
Karakteristik-karakteristik penting dari ukuran kinerja sistem antrian (*performance measure*) di notasikan sebagai berikut :

| Notasi | Keterangan | Ukuran |
|-------------|--|---------------|
| λ | Tingkat kedatangan rata-rata | Unit/jam |
| $1/\lambda$ | Waktu antar kedatangan rata-rata | Jam/unit |
| μ | Tingkat pelayanan rata-rata | Unit/jam |
| $1/\mu$ | Waktu antar pelayanan rata-rata | Jam/unit |
| N | Jumlah individu dalam sistem pada suatu waktu | Unit |
| L_q | Jumlah individu rata-rata dalam antrian | Unit |
| L_s | Jumlah individu dalam sistem total | Unit |
| W_q | Waktu rata-rata dalam antrian | Jam |
| W_s | Waktu rata-rata dalam sistem total | Jam |
| S | Jumlah fasilitas pelayanan (server) | Unit |
| P | Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan | Rasio/persen |
| M | Panjang maksimum kapasitas sistem | Unit |
| P_n | Probabilitas jumlah n individu dalam sistem | Frek. Rel (%) |
| P_o | Probabilitas tidak ada individu dalam sistem | Frek. Rel (%) |
| P_w | Probabilitas menunggu dalam antrian (server sibuk) | Frek. Rel (%) |

3.6 Contoh Aplikasi Model Antrian

- a. Single Server : M/M/1/I/I (Input Poisson, Waktu Pelayanan Eksponensial)

Artinya model antrian dengan tingkat kedatangan random berdistribusi Poisson dan tingkat pelayanan random berdistribusi Eksponensial, jumlah server tunggal ($S=1$), besar populasi tak terbatas dan panjang antrian tak terbatas.



Gambar 3.16 : Model Antrian M/M/1/I/I

Asumsi-asumsi :

- Sumber populasi : tidak terbatas ($I, \text{Infinity}$)
- Tingkat Kedatangan (λ) : random berdistribusi Poisson
- Disiplin antrian : FCFS (*First Come First Served*), pertama datang pertama dilayani
- Panjang antrian : tidak terbatas ($I, \text{Infinity}$)
- Jumlah server : tunggal (*single*)
- Tingkat pelayanan (μ) : random berdistribusi eksponensial.
- Tingkat kedatangan lebih kecil tingkat pelayanan

Ukuran kinerja (*performance measure*) :

- Jumlah individu dalam antrian (panjang antrian)

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

- Jumlah individu dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

- Probabilitas fasilitas pelayanan sibuk (factor utility, tingkat kegunaan server)

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Probabilitas terdapat n individu dalam sistem

$$P_n = (1 - P)P^n$$

Contoh :

Sebuah restoran melayani pelanggannya langsung di dalam mobil mereka. Restoran ini telah beroperasi sukses dengan pelayanan seperti itu. Tetapi, manajer pemasaran dari restoran ini prihatin dengan panjangnya antrian pada jam-jam sibuk, yaitu saat makan siang dan makan malam. Beberapa pelanggan sering mengadu tentang waktu menunggu yang berlebihan. Dengan kondisi ini, manajer merasa bahwa restoran akan kehilangan pelanggan. Tingkat kedatangan rata-rata pelanggan selama periode puncak mencapai 50 mobil per jam. Tingkat kedatangan diasumsikan random berdistribusi Poisson. Waktu pelayanan rata-rata 1 menit per mobil. Sedangkan tingkat pelayanan random berdistribusi eksponensial. Lakukan analisis untuk mengetahui :

- a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan restoran
- b. Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian

- c. Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem
- d. Waktu menunggu rata-rata dalam antrian
- e. Waktu menunggu rata-rata dalam sistem
- f. Probabilitas lebih dari satu mobil dalam sistem
- g. Probabilitas lebih dari 4 mobil dalam system
- h. Plot grafik P_n (probabilitas terdapat n individu dalam system)

Jawab

Tingkat kedatangan : $\lambda = 50$ mobil per/jam

Waktu pelayanan : $1/\mu = 1$ menit/mobil, sehingga :

Tingkat pelayanan : $\mu = 60$ mobil/jam

$$a. P = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{50}{60} = 0.8333$$

Rata – rata tingkat kesibukan bagian pelayanan = 83.33%

$$b. L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{50^2}{60(60 - 50)} = 4.1667 \text{ mobil}$$

$$c. L_t = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{50}{60 - 50} = 5 \text{ mobil}$$

$$d. W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{50}{60(60 - 50)} = 0.0833 \text{ jam atau 5 menit}$$

$$e. W_t = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{60 - 50} = 0.1 \text{ jam atau 6 menit}$$

$$f. P(n > 1) = 1 - P(n \leq 1) = 1 - (P_0 + P_1)$$

$$P_n = (1 - P)(P)^n$$

$$P_0 = (1 - 0.8333)(0.8333)^0 = 0.1667$$

$$P_1 = (1 - 0.8333)(0.8333)^1 = 0.1389$$

$$P_2 = (1 - 0.8333)(0.8333)^2 = 0.1158$$

$$P_3 = (1 - 0.8333)(0.8333)^3 = 0.0965$$

$$P_4 = (1 - 0.8333)(0.8333)^4 = 0.0804$$

$$\text{Sehingga } P(n > 1) = 1 - P(n \leq 1) = 1 - (P_0 + P_1)$$

$$= 1 - (0.1667 + 0.1389) = 0.6944$$

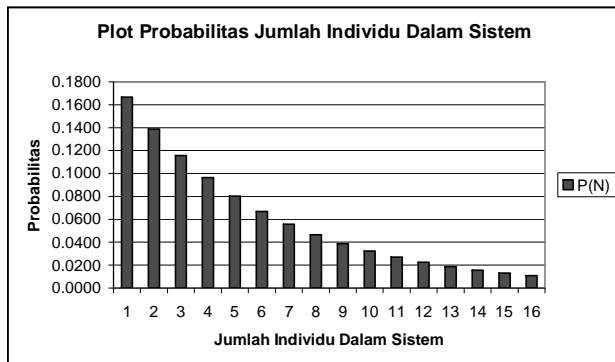
$$g. P(n > 4) = 1 - P(n \leq 4) = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$$

$$= 1 - (0.1667 + 0.1389 + 0.1158 + 0.0965 + 0.0804)$$

$$= 1 - 0.5983 = 0.4017$$

h. Plot grafik P_n

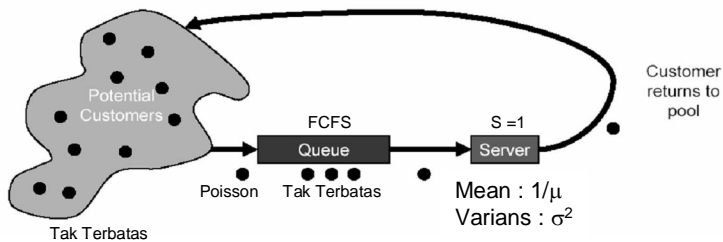
| N | P(N) |
|----|--------|
| 0 | 0.1667 |
| 1 | 0.1389 |
| 2 | 0.1157 |
| 3 | 0.0965 |
| 4 | 0.0804 |
| 5 | 0.0670 |
| 6 | 0.0558 |
| 7 | 0.0465 |
| 8 | 0.0388 |
| 9 | 0.0323 |
| 10 | 0.0269 |
| 11 | 0.0224 |
| 12 | 0.0187 |
| 13 | 0.0156 |
| 14 | 0.0130 |
| 15 | 0.0108 |



b. Single Server : M/G/1/I/I (Input Poisson dan Waktu Pelayanan Distribusi Normal)

Apabila tingkat pelayanan tidak mengikuti distribusi eksponensial tetapi diasumsikan mempunyai nilai rata-rata

$1/\mu$ dan varians σ^2 . Sedangkan asumsi lain sama dengan asumsi sebelumnya.



Gambar 3.17 : Model Antrian M/G/1/I/1

Ukuran kinerja (performance measure) adalah :

- Jumlah individu dalam antrian (panjang antrian)

$$L_q = \frac{\lambda^2 \sigma^2 + P^2}{2(1-P)}$$

- Jumlah individu dalam sistem

$$L_s = L_q + P$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

- Probabilitas fasilitas pelayanan sibuk (factor utility, tingkat kegunaan server)

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Probabilitas tidak terdapat individu dalam sistem

$$P_0 = 1 - P$$

Contoh :

Truk tiba pada suatu fasilitas untuk dikosongkan dalam pola yang dikarakteristikan sebagai distribusi Poisson. Rata-rata tingkat kedatangan 3 truk per jam, dan waktu pelayanan didistribusikan secara normal dengan rata-rata waktu pelayanan 1.5 menit dan standar deviasi 0.2 menit. Pengemudi dibayar sebesar Rp. 50.000 per jam dan ia tidak harus mengosongkan truknya sendiri. Berapa besar pengeluaran rata-rata dari perusahaan truk akibat waktu menganggur dari tiap pengemudi ketika berada pada fasilitas itu.

Jawab :

Tingkat Kedatangan : $\lambda = 3$ truk/jam

Waktu Pelayanan : $1/\mu = 1.5$ menit/truk

$\sigma = 0.2$ menit = 0.0033 jam

Tingkat Pelayanan : $\mu = 40$ truk/jam

$$\begin{aligned} P &= \lambda / \mu \\ &= 3/40 = 0.075 \end{aligned}$$

- Jumlah individu dalam antrian (panjang antrian)

$$\begin{aligned} L_q &= \frac{\lambda^2 \sigma^2 + P^2}{2(1-P)} \\ &= \frac{3^2 * 0.0033^2 + 0.075^2}{2 * (1 - 0.075)} \\ &= \frac{0.005723}{1.85} = 0.003094 \text{ truk} \end{aligned}$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.003094}{3} = 0.001031 \text{ jam}$$

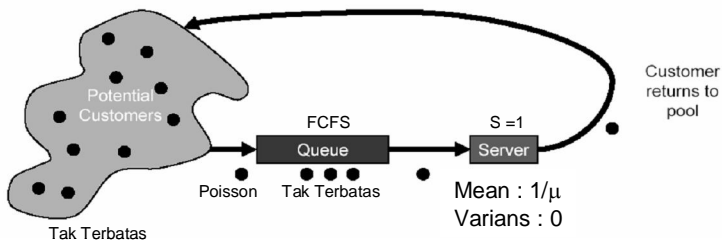
- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 0.001031 + \frac{1}{40} = 0.026031 \text{ jam}$$

Berarti setiap pengemudi membutuhkan waktu 0.026031 jam, sehingga pengeluaran bagi setiap pengemudi = Rp. 50.000 x 0.026031 = Rp. 1,301.559.

- c. Single Server : M/D/1/I/I (Input Poisson dan Waktu Pelayanan Konstan)

Apabila waktu pelayanan setiap individu pada model b adalah tetap maka varians $\sigma^2 = 0$.



Gambar 3.18 : Model Antrian M/D/1/I/I

Ukuran kinerja (performance measure) nya menjadi :

- Jumlah individu dalam antrian (panjang antrian)

$$L_q = \frac{P^2}{2(1-P)}$$

- Jumlah individu dalam sistem

$$L_s = L_q + P$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

- Probabilitas fasilitas pelayanan sibuk (factor utility, tingkat kegunaan server)

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Probabilitas tidak terdapat individu dalam sistem

$$P_0 = 1 - P$$

Contoh :

Seorang pemilik kedai minuman akan menguji cobakan mesin pembuat jus jeruk otomatis yang dapat mengupas dan memeras jeruk serta menuangkan air ke dalam gelas sehingga pemilik tinggal mengambil segelas jus jeruk siap saji dari mesin tersebut. Dalam memproses sebuah jeruk menjadi jus siap saji, mesin ini memerlukan waktu yang konstan yaitu 1.5 menit/pembeli. Kelihatannya menyenangkan sekali karena akan mengurangi beban kerja pemilik. Namun untuk mengoperasikan mesin tersebut memerlukan ongkos untuk tambahan beban biaya listrik. Sebelum membeli mesin tersebut, pemilik akan melakukan simulasi guna mengetahui sampai seberapa besar manfaat dari mesin tersebut. Dari pengalaman sehari-hari, tingkat permintaan jus jeruk rata-rata sebesar 10 pembeli per jam, dan diasumsikan berdistribusi Poisson. Tentukan :

- tingkat kegunaan mesin tersebut
- berapa jumlah pembeli yang menunggu mendapatkan jus jeruk
- waktu rata-rata yang diperlukan oleh pembeli untuk mendapatkan jus jeruk
- Jumlah pembeli dalam system
- Waktu rata-rata yang dibutuhkan pembeli dalam sistem

Jawab :

Tingkat Kedatangan : $\lambda = 10$ pembeli/jam

Waktu Pelayanan Konstan : $1/\mu = 1.5$ menit/pembeli, sehingga :

Tingkat Pelayanan : $\mu = 40$ pembeli/jam

- Tingkat kegunaan server

$$P = \lambda / \mu = 10/40 = 0.25$$

- Jumlah pembeli dalam antrian

$$L_q = \frac{P^2}{2(1-P)} = \frac{0.25^2}{2(1-0.25)} = 0.166667 \text{ pembeli}$$

- Waktu rata-rata pembeli dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{0.166667}{10} = 0.0166667 \text{ jam} = 1 \text{ menit}$$

- Jumlah pembeli dalam sistem

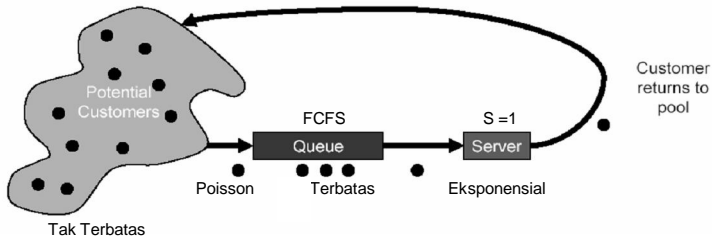
$$L_s = L_q + P = 0.166667 + 0.25 = 0.416667$$

- Waktu rata-rata pembeli dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = 1 + \frac{1}{40} = 0.041667 \text{ jam} = 2.5 \text{ menit}$$

- d. Single Server : M/M/1/I/F (Input Poisson, Waktu Pelayanan Eksponensial dan Kapasitas Terbatas)

Seperti model a, tetapi panjang antrian terbatas maksimal sebesar M. Individu yang masuk ke dalam system pada saat antrian penuh sebesar M maka individu harus meninggalkan system tanpa mendapatkan pelayanan.



Gambar 3.19 : Model Antrian M/M/1/I/F

Ukuran kinerja dari system ini adalah sebagai berikut :

- Faktor Utility

$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Proporsi individu yang hilang karena sistemnya penuh

$$P_M = P^M P_0$$

- Jumlah individu dalam antrian (panjang antrian)

$$L_q = L_s - \frac{\lambda(1 - P_M)}{\mu}$$

- Jumlah individu dalam sistem

$$L_s = \frac{P_w - MPP_M}{1 - P}$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda(1 - P_M)}$$

- Probabilitas fasilitas pelayanan sibuk

$$P_w = 1 - P_0$$

- Probabilitas tidak terdapat individu dalam sistem

$$P_0 = \frac{1 - P}{1 - P^{M+1}}$$

- Probabilitas terdapat N individu dalam sistem

$$P_N = \left[\frac{1 - P}{1 - P^{M+1}} \right] (P^N)$$

Contoh :

Restoran “MareM” saat ini merupakan salah satu restoran yang paling diminati di kota Semarang karena masakan fast foodnya yang lezat. Pemilik restoran agak pusing, karena lahan parkir yang dimilikinya hanya cukup untuk menampung 15 mobil saja dan kalau tampak penuh maka calon pembeli lain akhirnya tidak jadi makan di restoran tersebut. Tingkat kedatangan pengunjung pada jam sibuk rata-rata 14 mobil per jam dan didistribusikan secara Poisson. Dan tingkat pelayanan rata-rata 20 mobil per jam yang bias dilayani dan didistribusikan secara eksponensial. Lakukan analisis terhadap kinerja system yang ada saat ini dan bandingkan apabila pimpinan berniat memperluas lahan parkir sehingga cukup untuk 25 mobil atau 30 mobil.

Jawab :

Tingkat Kedatangan : $\lambda = 14$ mobil/jam

Tingkat Pelayanan : $\mu = 20$ mobil/jam

Untuk kapasitas parkir $M = 15$ mobil

- Faktor Utility

$$P = \frac{\lambda}{\mu} = 14 / 20 = 0.7$$

- Probabilitas tidak ada pengunjung dalam system

$$P_0 = \frac{1 - P}{1 - P^{M+1}} = \frac{1 - 0.7}{1 - 0.7^{16}} = 0.301$$

- Probabilitas fasilitas pelayanan sibuk

$$P_w = 1 - P_0 = 1 - 0.301 = 0.699$$
- Proporsi pelanggan yang hilang karena kapasitas sistemnya penuh

$$P_M = P^M P_0 = 0.7^{15} * 0.301 = 0.001429$$
- Rata-rata jumlah pengunjung dalam system

$$L_s = \frac{P_w - M P P_M}{1 - P} = \frac{0.699 - (15 * 0.7 * 0.001429)}{1 - 0.7}$$

$$= 2.279983 \text{ orang}$$
- Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian

$$L_q = L_s - \frac{\lambda(1 - P_M)}{\mu} = 2.279983 - \frac{14 * (1 - 0.001429)}{20}$$

$$= 1.580984 \text{ orang}$$
- Rata-rata waktu pengunjung dalam system

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda(1 - P_M)} = \frac{2.279983}{14 * (1 - 0.001429)} = 0.163089 \text{ jam}$$
- Rata-rata waktu pengunjung dalam antrian

$$W_q = W_s - \frac{1}{\mu} = 0.163089 - \frac{1}{20} = 0.113089 \text{ jam}$$

Untuk $M = 25$ dan $M = 30$, perhitungan dapat dilakukan sebagaimana pada $M = 15$. Hasil perhitungan dan perbandingan ukuran kinerja untuk tiap nilai M adalah :

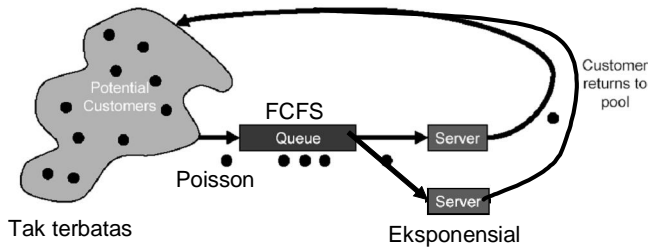
| | | M=15 | M=25 | M=30 |
|-----------------------------------|-------|-------|----------|----------|
| Faktor Utility | P | 0.7 | 0.7 | 0.7 |
| Probabilitas tidak ada pengunjung | P_0 | 0.301 | 0.300028 | 0.300005 |
| Probabilitas fasilitas sibuk | P_w | 0.699 | 0.699972 | 0.699995 |

| | | | | |
|---|-------|----------|----------|----------|
| Proporsi pelanggan hilang | P_M | 0.001429 | 4.02E-05 | 6.76E-06 |
| Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem | L_s | 2.279983 | 2.330892 | 2.332844 |
| Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian | L_q | 1.580984 | 1.630921 | 1.632849 |
| Rata-rata waktu dalam sistem | W_s | 0.163089 | 0.166499 | 0.166633 |
| Rata-rata waktu dalam antrian | W_q | 0.113089 | 0.116499 | 0.116633 |

Ternyata dengan menambah kapasitas lahan parkir, justru memperburuk kinerja system. Antrian pengunjung semakin panjang dan waktu menunggu pelayanan juga semakin bertambah. Hal ini terjadi karena sumber pelayanan (tenaga restoran) tidak ditambah. Padahal peningkatan kapasitas lahan parkir jelas akan menambah jumlah pengunjung. Jadi, seharusnya peningkatan kapasitas lahan parkir juga diikuti dengan penambahan sumber pelayanan.

- e. Multi Server : M/M/S/I/I (Input Poisson, Waktu Pelayanan Eksponensial)

Artinya model antrian dengan tingkat kedatangan random berdistribusi Poisson dan tingkat pelayanan random berdistribusi Eksponensial, jumlah server ganda ($S > 1$), besar populasi tak terbatas dan panjang antrian tak terbatas. Model ini mengasumsikan bahwa kedatangan terjadi menurut input Poisson dengan parameter λ , dan waktu pelayanan untuk masing-masing individu mempunyai distribusi eksponensial dengan rata-rata $1/\mu$. Jadi, untuk setiap server dari sejumlah S server mempunyai waktu pelayanan yang sama.



Gambar 3.20 : Model Antrian M/M/S/I/I

Untuk $\lambda < S\mu$ (tingkat kedatangan lebih kecil dari tingkat pelayanan rata-rata maksimum), maka analisis kinerjanya adalah sebagai berikut :

- Probabilitas tidak ada individu dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda / \mu)^S}{S!} \frac{1}{1 - (\lambda / S\mu)}}$$

- Faktor Utility (Tingkat Kegunaan Server)

$$P = \frac{\lambda}{S\mu}$$

- Probabilitas terdapat n individu dalam system

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda / \mu)^n}{n!} P_0, & \text{jika } 0 \leq n \leq S \\ \frac{(\lambda / \mu)^n}{S! S^{n-S}} P_0, & \text{jika } n > S \end{cases}$$

- Probabilitas semua server sibuk (probabilitas individu harus menunggu)

$$P_w = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^S \frac{(S\mu)}{S! [S\mu - \lambda]} P_0$$

- Rata-rata jumlah individu dalam sistem

$$L_s = \frac{(\lambda\mu)(\lambda / \mu)^S}{(S-1)!(S\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

- Rata-rata jumlah individu dalam antrian

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

Contoh :

Sebuah minimarket mempunyai 2 kasir untuk melayani pembayaran dari pembeli yang berbelanja. Akhir-akhir ini pimpinan sering melihat adanya antrian pembeli yang akan membayar ke kasir. Dan berencana untuk menambah seorang kasir lagi. Bila diperkirakan tingkat kedatangan pembeli adalah 8 orang per jam dan tingkat pelayanan dari tiap kasir adalah 5 orang per jam yang dapat dilayani, maka lakukan simulasi untuk mengetahui bagaimana perubahan kinerja system apabila dilakukan penambahan kasir menjadi 3 orang.

Jawab :

Tingkat Kedatangan : $\lambda = 8$ orang/jam

Tingkat Pelayanan : $\mu = 5$ orang/jam (per kasir)

Untuk jumlah kasir $S = 2$ kasir

$$\lambda / \mu = 8 / 5 = 1.6$$

$$S\mu = 2 * 5 = 10$$

$$\lambda / S\mu = 8 / 10 = 0.8$$

- Probabilitas semua kasir menganggur

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!} \frac{1}{1-(\lambda/S\mu)}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1.6^0}{0!} + \frac{1.6^1}{1!} + \frac{1.6^2}{2!} \frac{1}{1-0.8}} \\
 &= \frac{1}{1+1.6+6.4} = \frac{1}{9} = 0.1111
 \end{aligned}$$

- Probabilitas semua kasir sibuk

$$\begin{aligned}
 P_w &= \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S \frac{(S\mu)}{S!(S\mu-\lambda)} P_0 = (1.6)^2 \frac{10}{2!(10-8)} (0.1111) \\
 &= (2.56)(2.5)(0.1111) = 0.71104
 \end{aligned}$$

- Rata-rata jumlah pembeli dalam system

$$\begin{aligned}
 L_s &= \frac{(\lambda\mu)(\lambda/\mu)^S}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \\
 &= \frac{(40)(1.6)^2}{1!(10-8)^2} (0.1111) + (1.6) \\
 &= 2.84416 + 1.6 = 4.44416
 \end{aligned}$$

- Rata-rata jumlah pembeli dalam antrian

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = 4.44416 - 1.6 = 2.84416$$

- Rata-rata waktu pembeli dalam system

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{4.44416}{8} = 0.55552$$

- Rata-rata waktu pembeli dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{2.84416}{8} = 0.35552$$

Untuk $S = 3$, perhitungan dapat dilakukan sebagaimana pada $S = 2$. Dan hasil akhir perhitungan ukuran kinerja untuk tiap S adalah sebagai berikut :

| | | $S = 2$ | $S = 3$ |
|--|-------|---------|---------|
| Probabilitas semua kasir menganggur | P_0 | 0.111 | 0.190 |
| Probabilitas semua kasir sibuk | P_w | 0.711 | 0.278 |
| Rata-rata jumlah pembeli dalam sistem | L_s | 4.444 | 1.918 |
| Rata-rata jumlah pembeli dalam antrian | L_q | 2.844 | 0.318 |
| Rata-rata waktu pembeli dalam system | W_s | 0.556 | 0.240 |
| Rata-rata waktu pembeli dalam antrian | W_q | 0.356 | 0.040 |

Dari hasil simulasi model tersebut, tampak bahwa penambahan kasir dari 2 orang menjadi 3 orang akan mengurangi panjang antrian dari 2.844 orang menjadi 0.318 orang. Sedangkan waktu tunggu pembeli dalam mengantri menurun dari 0.356 jam menjadi hanya tinggal 0.040 jam.

- f. Multi Swalayan : $M/M/\infty/I/I$ (Input Poisson, Waktu Pelayanan Eksponensial)

Adalah model multi server dimana jumlah pelayan tidak terbatas karena setiap individu dianggap melayani dirinya sendiri. Tingkat kedatangan diasumsikan berdistribusi Poisson dan tingkat pelayanan diasumsikan berdistribusi eksponensial. Analisis kinerja dari model ini adalah :

- Probabilitas tidak ada individu dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{e^{(\lambda / \mu)}} = e^{-\lambda / \mu}$$

- Probabilitas terdapat n individu dalam system

$$P_n = \frac{e^{-\lambda / \mu} (\lambda / \mu)^n}{n!}$$

- Rata-rata jumlah individu dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Rata-rata jumlah individu dalam antrian

$$L_q = 0$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = \frac{1}{\mu}$$

- Waktu rata-rata dalam antrian

$$W_q = 0$$

Contoh :

Sebuah hotel menyediakan layanan restoran bagi tamu-tamunya yang menginap. Bagi tamu yang menginap dapat mengambil sendiri (swalayan) berbagai makanan dan minuman yang sudah disediakan secara gratis pada saat jam-jam makan sebagai salah satu fasilitas layanan menginap di hotel tersebut. Tingkat kedatangan tamu yang memanfaatkan fasilitas tersebut rata-rata adalah 45 orang per hari dan didistribusikan secara Poisson. Sedangkan setiap tamu rata-rata membutuhkan waktu 1.5 menit untuk mengambil makanan dan minuman. Sebagai bahan evaluasi bagi

manajer restoran, lakukan analisis apakah penyediaan fasilitas restoran secara swalayan tersebut layak atau tidak, sebelum manajer memutuskan untuk mengubah system layanan dengan mempekerjakan pramusaji.

Jawab :

Tingkat Kedatangan : $\lambda = 20$ orang/jam

Waktu Pelayanan : $1/\mu = 1.5$ menit/orang = 0.025 jam/orang

Tingkat Pelayanan : $\mu = 40$ orang/jam

- Probabilitas tidak ada individu dalam sistem

$$P_0 = e^{-\lambda/\mu} = e^{(-20/40)} = e^{-1/2} = 0.606531$$

- Rata-rata jumlah individu dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ orang}$$

- Waktu rata-rata dalam sistem

$$W_s = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{40} = 0.025 \text{ jam} = 1.5 \text{ menit}$$

Dari hasil analisis tampak bahwa peluang tidak ada individu dalam system sebesar 60.65 % dan rata-rata jumlah tamu dalam restoran juga cukup kecil, ini artinya bahwa restoran belum terlalu ramai (sibuk). Apalagi dengan waktu rata-rata tamu dalam system hanya 1.5 menit maka system swalayan tersebut masih layak untuk dipertahankan.

3.7 Soal Latihan

1. Departemen kredit suatu bank mempekerjakan 3 orang karyawan tata usaha untuk menangani permintaan transaksi

nasabah. Waktu rata-rata yang dibutuhkan untuk menerima sebuah otorisasi adalah 0.5 menit bila tidak diperlukan waktu untuk menunggu. Tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial karena kondisi-kondisi yang tidak biasa dapat menghasilkan waktu pelayanan yang lama maupun pendek. Selama periode puncak 8 jam, kantor menerima total 1750 panggilan transaksi. Tingkat kedatangan transaksi mengikuti distribusi Poisson. Tentukan :

- a. Tingkat kedatangan transaksi rata-rata per jam.
 - b. Tingkat kegunaan karyawan.
 - c. Peluang tidak ada transaksi.
 - d. Jumlah nasabah rata-rata menunggu untuk dilayani.
 - e. Jumlah nasabah dalam system.
 - f. Waktu rata-rata dalam antrian.
 - g. Waktu rata-rata dalam system.
 - h. Peluang nasabah untuk menunggu.
2. Berdasarkan soal pada no. 1, jika seorang karyawan diberi upah Rp. 1.100,-/jam dan biaya akibat adanya antrian adalah Rp. 2.100,-/jam, tentukan apakah sebaiknya tetap memperkerjakan 3 orang karyawan ataukah menambah karyawan menjadi 4 orang untuk melayani nasabah.
 3. Sebuah restoran di tepi jalan saat ini hanya mempunyai ruang parkir mobil sebanyak 6 ruangan. Bila ruangan penuh, biasanya pelanggan akan pergi ke restoran lain dan ini merupakan kerugian bagi pemilik restoran tersebut. Pemilik berencana akan menyewa ruangan kosong di sebelah restoran sehingga diharapkan dapat menambah kapasitas ruang parkir dan pelanggannya menjadi bertambah. Tingkat kedatangan pelanggan potensial adalah 21 mobil per jam dan mengikuti distribusi Poisson. Sedangkan tingkat pelayanan restoran adalah 36 mobil per jam dan berdistribusi eksponensial. Keuntungan rata-rata per mobil (atau pelanggan) rata-rata Rp. 1600,- dan restoran buka selama 12 jam tiap harinya. Bila ongkos sewa ruangan kosong di sebelah restoran adalah Rp. 2000,- per hari, simulasikan

berapa sebaiknya jumlah ruangan yang harus di sewa oleh pemilik restoran ?.

4. Sebuah wartel saat ini hanya memiliki 1 buah bilik telepon yang digunakan untuk melayani pelanggannya yang datang tak terbatas dengan distribusi Poisson. Rata-rata waktu antar kedatangan pelanggan adalah 15 menit sedangkan pelanggan rata-rata membutuhkan waktu pelayanan 5 menit per pelanggan. Hitung rata-rata jumlah pelanggan dalam system dan berapa persen idle time dari fasilitas telepon dengan 1 bilik telepon tersebut.
5. Sebuah mini market yang mempunyai satu checkout kasir untuk melayani pelanggan-pelanggan antrian tak terbatas mempunyai distribusi Poisson dengan rata-rata waktu antar kedatangan 10 menit, sedangkan rata-rata waktu pelayanan kasir 5 menit berdistribusi eksponensial. Hitunglah :
 - a. rata-rata jumlah pelanggan dalam system.
 - b. panjang antrian.
 - c. peluang bahwa pelanggan harus menunggu.
 - d. tingkat kesibukan kasir.
 - e. waktu rata-rata pelanggan dalam system.