

BAB 2

Pemodelan Simulasi Sistem Diskrit

Pokok Bahasan

- Pendahuluan
- Sistem, Model dan Simulasi
- Keuntungan dan Kerugian Simulasi
- Jenis-jenis Simulasi
- Simulasi Komputer
- Bahasa Simulasi
- Tahapan Pemodelan Simulasi

2.1 Pengantar Model Simulasi Sistem Diskrit

Pada bab sebelumnya, telah diberikan pengertian bahwa sistem merupakan kumpulan entitas (manusia, mesin, prosedur dan sebagainya) yang berinteraksi bersama-sama untuk mencapai satu atau lebih tujuan. Sedangkan model adalah representasi secara abstrak dari sebuah sistem aktual yang biasanya berisikan struktur logis atau hubungan matematis untuk mendeskripsikan karakteristik dari sistem. Pada pendekatan model simulasi sistem diskrit, karakteristik sistem direpresentasikan sebagai deretan variable keadaan (*state*) atau kejadian (*event*) dari sistem fisik yang berubah secara diskrit pada titik-titik waktu tertentu.

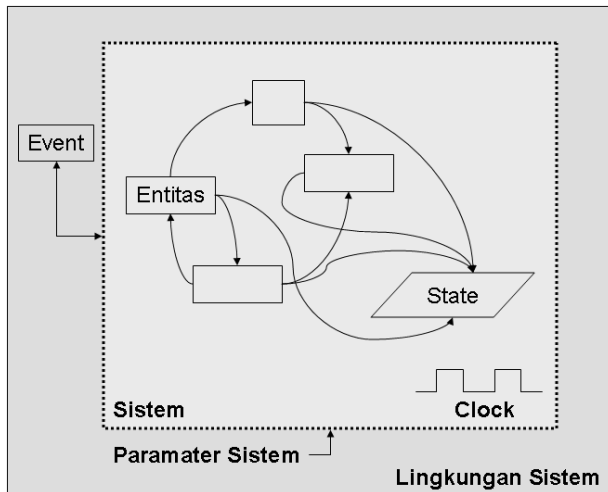
Dalam sistem diskrit ini juga dimungkinkan terdapat beberapa karakteristik yang bersifat statis/dinamis dan deterministic/stokhastik baik pada entitas maupun kejadian. Pemodelan simulasi sistem diskrit biasanya disebut juga dengan model simulasi sistem kejadian-diskrit (*Discrete-Event Simulation Model, DES Model*). Variabel waktu dan keadaan merupakan 2 (dua) variabel penting yang digunakan untuk mendeskripsikan karakteristik model simulasi sistem kejadian-diskrit.

2.2 Komponen Sistem Diskrit

Model sistem sistem diskrit memuat beberapa komponen yaitu :

- **Variable Keadaan Sistem (System State Variable)**
Kumpulan variable yang memuat semua informasi yang diperlukan (lengkap dan minimal) untuk mendeskripsikan sistem pada waktu tertentu.
- **Entitas (Entity)**
Suatu obyek atau komponen dalam sistem yang membutuhkan representasi secara eksplisit di dalam model. Suatu entitas pada suatu system dapat bersifat dinamik atau static.

- **Atribut (Attributes)**
Karakteristik dari suatu entitas. Beberapa atribut dari suatu entitas dapat berupa variable keadaan status. Suatu atribut yang berlaku pada satu observasi mungkin tidak berlaku pada observasi yang lain.
- **Kejadian (Event)**
Suatu peristiwa yang dapat mengubah keadaan sistem.



Gambar 2.1 Skema Sistem Diskrit

- **Aktivitas (Activity)**
Kegiatan dari entitas dengan rentang waktu yang diketahui secara jelas kapan mulai dan selesainya. Aktivitas merupakan salah satu bentuk spesifikasi model. Rentang waktu aktivitas dapat konstan, berubah-ubah secara random mengikuti distribusi statistik, input dari suatu file, atau ditentukan dan dihitung berdasarkan keadaan event.
 - **Event Notice :** catatan tentang event yang sedang terjadi atau yang akan terjadi.

- Event List : disebut juga Future Event List (FEL) berisikan daftar event, khususnya event-event yang akan terjadi, disusun menurut waktu.
- Tunda (Delay)
Kegiatan dari entitas dengan rentang waktu yang tidak diketahui secara jelas kapan mulai dan selesainya. Merupakan bagian dari variable hasil simulasi. Delay dapat juga terjadi ketika pasokan sumber daya pelayanan sedang kosong (tidak terpenuhi pada saat tersebut) sehingga entitas harus menunggu untuk mendapat layanan.
- Clock
Variabel yang merepresentasikan total lama waktu simulasi.
Berikut ini beberapa contoh elemen-elemen dalam sebuah lingkungan sistem diskrit :

1. Sistem di Poliklinik

Dalam sebuah poliklinik terdapat entitas dokter dengan atribut seperti ID dokter, nama dokter, kategori (dokter umum, dokter spesialis, dokter gigi) dan jam praktek. Aktivitas yang dilakukan dokter misalnya memeriksa kesehatan pasien kepada pasien. Selama menjalankan aktivitas, dokter memiliki waktu tunggu misalnya waktu menunggu kedatangan pasien. Event dalam sistem ini misalnya mulai dan selesainya dokter periksa pasien, datang dan perginya pasien. Variabel state dalam sistem ini misalnya jumlah dokter, jumlah pasien, lama waktu pemeriksaan, banyaknya pasien yang mengantri untuk diperiksa, tingkat kesibukan dokter dan sebagainya.

2. Sistem di Stasiun Pengisian BBM

Dalam sebuah stasiun pengisian BBM (SPBU), terdapat salah satu entitas misalnya kendaraan dengan atribut jenis kendaraan (motor, mobil) dan jenis BBM (solar, premium, premix). Aktivitas dari entitas ini adalah pengisian BBM, sedangkan eventnya seperti datang dan perginya kendaraan. Masing-masing kendaraan mungkin memiliki waktu tunggu untuk dilayani ketika petugas atau mesin pengisi BBM

masih melayani kendaraan lain. Variabel state dalam sistem ini misalnya jumlah kendaraan, panjang antrian, waktu kedatangan, dan sebagainya.

2.3 Contoh Simulasi Sistem Diskrit

Misalkan suatu BPR “X” hanya mengoperasikan 1 orang teller untuk melayani nasabah, dimana waktu kedatangan nasabah ke BPR “X” berkisar setiap 1 sampai 10 menit. Seorang nasabah dilayani sekitar 1 sampai 6 menit. Akan dilakukan simulasi terhadap 20 orang nasabah untuk menghitung kinerja pelayanan seperti persentase waktu kosong teller, rata-rata waktu yang diperlukan nasabah untuk dilayani dan sebagainya. Misalkan waktu kedatangan dan waktu pelayanan dari 20 nasabah tersebut adalah sebagai berikut :

Nasabah Ke	Waktu Antar Kedatangan (Menit)	Nasabah Ke	Waktu Pelayanan (Menit)
1	-	1	4
2	8	2	1
3	6	3	4
4	1	4	3
5	8	5	2
6	3	6	4
7	8	7	5
8	7	8	4
9	2	9	5
10	3	10	3
11	1	1	4
12	1	2	1
13	5	3	4
14	6	4	3
15	3	5	2
16	8	6	4
17	1	7	5
18	2	8	4
19	4	19	4
20	5	20	5

Simulasi dari sistem pelayanan nasabah ini dapat dilakukan sebagai berikut :

- **Simulasi Kedatangan**

Asumsikan bahwa nasabah 1 datang pada menit ke 0 dan 8 menit kemudian datang nasabah ke 2. Jadi nasabah ke 2 datang pada menit ke 8. Sedang nasabah ke 3 datang 6 menit setelah nasabah ke 2, jadi nasabah ke 3 datang pada menit ke 14. Dengan analogi yang sama, nasabah ke 4 datang pada menit ke 15, nasabah ke 5 datang pada menit ke 23, dan seterusnya.

Nasabah Ke	Waktu Antar Kedatangan (Menit)	Waktu Kedatangan (Menit Ke)
1	-	0
2	8	8
3	6	14
4	1	15
5	8	23
6	3	26
7	8	34
8	7	41
9	2	43
10	3	46
11	1	47
12	1	48
13	5	53
14	6	59
15	3	62
16	8	70
17	1	71
18	2	73
19	4	77
20	5	82

- **Simulasi Pelayanan**

Nasabah 1 datang pada saat ke 0 dan langsung dilayani oleh teller selama 4 menit. Karena datang pertama kali, maka nasabah 1 tidak memerlukan waktu tunggu. Waktu pelayanan nasabah 1 dimulai menit ke 0 dan berakhir menit ke 4. Nasabah 1 berada dalam system selama 4 menit.

Nasabah 2 datang pada menit ke 8, berarti teller mempunyai delay (idle time) selama 4 menit. Nasabah ke 2 dilayani mulai menit ke 8 dan karena waktu layanan nasabah 2 adalah 1 menit maka layanan berakhir pada menit ke 9. Nasabah 2 tidak memerlukan waktu tunggu untuk dilayani, karena teller sebelumnya dalam keadaan idle. Nasabah 2 berada dalam system selama 1 menit.

Nasabah 3 datang pada menit ke 14, berarti teller mempunyai idle time selama 5 menit. Nasabah 3 dilayani mulai menit ke 14 dan berakhir pada menit ke 18. Nasabah 3 tidak memerlukan waktu tunggu untuk dilayani dan berada dalam system selama 4 menit.

Nasabah 4 datang pada menit ke 15 di saat teller sedang melayani nasabah 3 yang berakhir pada menit ke 18 (tidak mempunyai idle time). Berarti nasabah 4 dilayani teller mulai menit ke 18, setelah menunggu dalam antrian selama 3 menit. Layanan nasabah 3 berakhir pada menit ke 21, sehingga nasabah 3 berada dalam system selama 6 menit.

Nasabah 5 datang pada menit ke 23 dan langsung dilayani mulai menit ke 23. Teller sebelumnya mempunyai idle time 2 menit. Layanan nasabah 5 berakhir pada menit ke 25 dan tidak memerlukan waktu tunggu untuk dilayani. Nasabah 5 berada dalam system selama 2 menit.

Demikian seterusnya, sehingga diperoleh table berikut :

Tabel 3.1 Data Simulasi Sistem Pelayanan BPR

Nasabah Ke	Waktu Antar Kedatangan	Waktu Kedatangan	Waktu Pelayanan	Waktu Mulai Dilayani	Waktu Selesai Dilayani	Waktu Menunggu (Antrian)	Waktu Dalam Sistem	Idle Time Teller
1	-	0	4	0	4	0	4	0
2	8	8	1	8	9	0	1	4
3	6	14	4	14	18	0	4	5
4	1	15	3	18	21	3	6	0
5	8	23	2	23	25	0	2	2
6	3	26	4	26	30	0	4	1
7	8	34	5	34	39	0	5	4
8	7	41	4	41	45	0	4	2
9	2	43	5	45	50	2	7	0
10	3	46	3	50	53	4	7	0
11	1	47	3	53	56	6	9	0
12	1	48	5	56	61	8	13	0
13	5	53	4	61	65	8	12	0
14	6	59	1	65	66	6	7	0
15	3	62	5	66	71	4	9	0
16	8	70	4	71	75	1	5	0
17	1	71	3	75	78	4	7	0
18	2	73	3	78	81	5	8	0
19	4	77	2	81	83	4	6	0
20	5	82	3	83	86	1	4	0
			68	(clock)		56	124	18

Sehingga, maka diperoleh kinerja dari system layanan BPR sebagai berikut :

- Rata-rata waktu tunggu : $56/20 = 2.8$ menit
- Peluang nasabah harus menunggu untuk dilayani : $13/20 = 0.65$ (65%)
- Rata-rata waktu yang dibutuhkan nasabah dalam system : $124/20 = 6.2$ menit
(Rata-rata waktu menunggu + rata-rata waktu pelayanan)
- Rata-rata waktu pelayanan : $68/20 = 3.4$ menit
- Persentase teller menganggur : $(18/86) * 100\% = 21\%$
- Rata-rata waktu antar kedatangan nasabah : $82/19 = 4.3$ menit
- Rata-rata waktu tunggu nasabah yang mengantri : $56/13 = 4.3$ menit

Berdasarkan hasil simulasi tersebut tampak bahwa sistem pelayanan nasabah pada BPR “X” belum begitu bagus, sebab

jumlah nasabah yang harus mengantri untuk mendapatkan pelayanan terhitung cukup tinggi yaitu 65% walaupun tingkat menganggur bagi teller hanya 21%. Simulasi menggunakan table tersebut merupakan contoh simulasi yang sederhana dan masih dapat dikerjakan secara manual. Untuk masalah-masalah yang kompleks, untuk contoh di atas dimisalkan simulasi selama satu hari atau satu minggu atau satu bulan dan dengan jumlah teller yang lebih dari satu, penggunaan simulasi secara manual mungkin sulit dilakukan.

2.4 Aplikasi DES Model

DES model menjelaskan perubahan variable keadaan yang berubah secara diskrit pada titik-titik waktu terjadinya event, dimana event terjadi sebagai konsekuensi adanya activity dan delay. Activity dan delay dilakukan entitas dalam upaya untuk mendapatkan sumberdaya system yang biasanya terbatas, dan mungkin akan bergabung dalam sebuah antrian untuk mendapatkan layanan sumber daya. Atas dasar paradigma ini, DES model banyak diaplikasikan pada model-model system antrian (queue system) dengan berbagai model disiplin antrian dan pelayanan.

2.5 Pengembangan DES Model

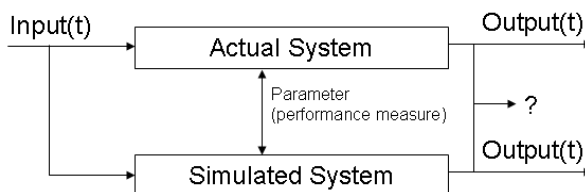
DES model tersusun atas komponen-komponen system yang melibatkan entitas, event, system state, activity, delay. Komponen-komponen system masing-masing mempunyai nilai-nilai parameter yang dapat digunakan sebagai ukuran kinerja dari system (performance measure). Simulasi system pada dasarnya merupakan proses menirukan (simulate) atas berbagai event yang terjadi dalam system. Dari proses menirukan ini kemudian diperoleh nilai-nilai keadaan system (system state) sehingga ukuran kinerja system dapat ditentukan.

Sebagaimana suatu proses dalam system, simulasi juga memerlukan nilai-nilai masukan proses dan dapat menghasilkan

berbagai nilai informasi sebagai output proses. Dengan demikian konsep dari DES dapat diringkas menjadi komponen-komponen model sebagai berikut :

- **Input**
Merupakan komponen masukan simulasi. Pada contoh simulasi dalam system transaksi di bank, waktu antar kedatangan nasabah dan waktu pelayanan nasabah merupakan komponen dan variabel input dalam simulasi system antrian.
- **Performance Measure**
Merupakan komponen yang mencerminkan ukuran kinerja simulasi. Misalnya rata-rata waktu tunggu (delay) dalam antrian, tingkat kesibukan server dan sebagainya.
- **Output**
Merupakan komponen keluaran simulasi. Pada contoh simulasi dalam system transaksi di bank, rata-rata banyaknya nasabah yang telah selesai dilayani merupakan komponen output dalam simulasi system antrian.
- **Relasi Input-Output**
Merupakan komponen yang mencerminkan hubungan antara input dan output. Biasanya dicerminkan oleh adanya interaksi entitas (event) yang dapat mengubah system state. Misalnya banyaknya nasabah dalam suatu antrian pada suatu waktu adalah n , kemudian terjadi event kedatangan nasabah ke $n+1$ atau terjadi event nasabah $n-1$ telah selesai dilayani.

Secara ringkas, keempat komponen model dapat digambarkan sebagai berikut :



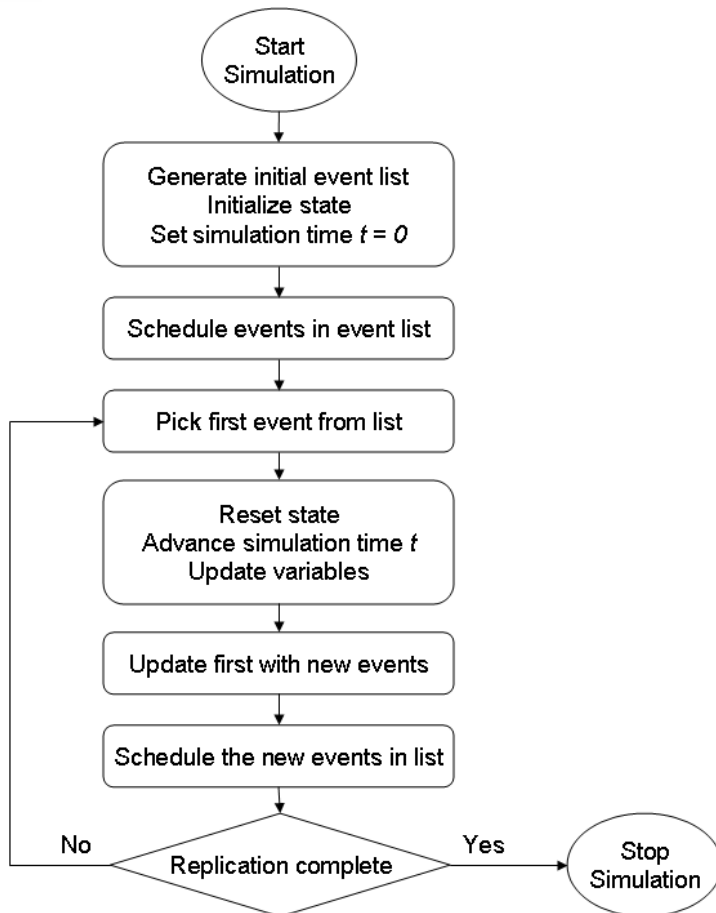
Gambar 2.2 Komponen DES Model

Pendekatan yang dilakukan dalam pengembangan DES model biasanya menggunakan Pendekatan Penjadwalan Event (Event-Scheduling Approach) atau disebut juga Activity-Scanning Approach. Pendekatan ini merupakan teknik pengembangan DES model yang berfokus pada event dan bagaimana pengaruhnya terhadap keadaan system (system state). Simulasi dilakukan dengan mengeksekusi dari event ke event (future event list, FEL) selama waktu tertentu yang mungkin terjadi dalam system.

Update nilai-nilai variable dilakukan setelah event selesai. Event list memuat catatan semua event (event notices) yang akan terjadi pada waktu berikutnya. Penjadwalan event berkaitan dengan mulai dan berakhirnya suatu aktivitas. Mengingat bahwa pada kenyataannya suatu event terjadi tanpa terjadwal dan terjadi begitu saja maka penjadwalan ini biasanya dilakukan dengan sample menggunakan distribusi statistic berdasarkan sifat randomnya suatu event.

Langkah-langkah pada pendekatan ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan semua event yang terjadi pada system
2. Menentukan variable yang menjelaskan keadaan (state)
3. Menentukan variable/counter yang diperlukan untuk inisialisasi dan untuk menghitung perkiraan ukuran kinerja
4. Untuk setiap event dalam event list, tentukan subrutin untuk update state, variable dan event list
5. Lakukan penjadwalan event pada event list sesuai urutan kejadian
6. Pilih event pertama pada event list dan gunakan subrutin untuk update state, variable dan event list
7. Ulangi langkah 6 hingga diperolehnya kriteria penghentian/akhir simulasi. Biasanya criteria akhir simulasi adalah waktu simulasi (clock) atau telah diselesaikannya semua event pada event list.



Gambar 2.3 Skema Tahapan Event-Scheduling Approach

2.6 Contoh Penerapan Simulasi

Misalkan berikut ini akan dikembangkan model simulasi pelayanan kustomer pada suatu perusahaan jasa pelayanan, dengan waktu simulasi selama 8.6 menit. Data-data waktu antar kedatangan kustomer (A_i) dan waktu pelayanan oleh server (S_i) dalam suatu system pelayanan dengan asumsi teller (server) tunggal dan antrian tak terbatas adalah sebagai berikut :

Kustomer Ke	Waktu Antar Kedatangan (Menit)	Waktu Pelayanan (Menit)
1	0.4	2.0
2	1.2	0.7
3	0.5	0.2
4	1.7	1.1
5	0.2	3.7
6	1.6	0.6
7	0.2	Unknown
8	1.4	Unknown
9	1.9	Unknown

Asumsi Model :

- Server tunggal dengan jumlah antrian tak terbatas
- Setelah kustomer datang, maka akan segera dilayani oleh server jika server dalam keadaan idle atau kustomer berada pada prioritas antrian. Waktu antar kedatangan (Arrival) = A_t .
- Setelah server selesai melayani kustomer, akan segera melayani kustomer berikutnya yang berada dalam antrian dengan disiplin pelayanan, misalnya first-in-first-out (FIFO). Jika antrian kosong berarti server idle hingga kustomer berikutnya datang. Waktu pelayanan server = S_t .

Performance Measure :

- Rata-rata waktu tunggu dalam antrian (delay)

$$d(n) = \frac{\sum_{i=1}^n Di}{n} \text{ dimana}$$

$d(n)$ = Rata-rata waktu tunggu (delay) dalam antrian

Di = Total waktu tunggu (delay) pada waktu ke – i

n = Banyaknya individu yang mengantri

i = 1,2,3,...,n

- Rata-rata banyaknya individu dalam antrian (panjang antrian)

$$q(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} iT_i}{T(n)} \text{ dimana}$$

$q(n)$ = Rata-rata banyaknya individu dalam antrian

T_i = Total waktu selama simulasi dengan panjang antrian i

$T(n)$ = Total waktu simulasi (clock)

= $T_1 + T_2 + T_3 + \dots$

i = banyaknya individu pada antrian

= 0, 1, 2, 3, ...

- Tingkat Kesibukan Teller

$$u(n) = \frac{\text{Total Waktu Sibuk}}{\text{Total Waktu Simulasi}}$$

Event List (EL) :

- Arrival (kedatangan kustomer ke sistem) dan Departure (kustomer meninggalkan sistem).
- $E = \{\text{Waktu Arrival Berikutnya } A, \text{ Waktu Departure Berikutnya } D\}$.

Simulation Time (Clock) : t

$t=0$ Inisialisasi.

- Pada saat $t = 0$, clock = 0
- Kustomer dalam keadaan kosong (0)
- Server sedang idle (0)
- Belum terjadi event pada $t = 0$
- Banyaknya antrian = 0
- Counter variable :

- total delay = 0,
- total waktu antrian = 0, dan
- total waktu sibuk = 0
- Event List = $\{0.4 ; \infty\}$. Sebab, diketahui waktu antar kedatangan kustomer 1 adalah 0.4

t=0.4 Kedatangan Kustomer 1.

- Pada saat $t = 0.4$, clock = 0.4
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 1 datang ke system
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 0.4
- Banyaknya antrian = 0
- Sampai dengan waktu ke $t = 0.4$, counter variable :
 - total delay = 0 (belum ada delay),
 - total waktu antrian = 0 (karena kustomer 1 datang langsung dilayani),
 - total waktu sibuk = 0 (karena pelayanan masih sedang berlangsung)
- Event List = $\{1.6 ; 2.4\}$. Sebab, diketahui waktu antar kedatangan kustomer 2 adalah 1.2, jadi $A = 0.4 + 1.2 = 1.6$. Dan departure kustomer 1 akan terjadi pada $t = 2.4$, karena kustomer 1 datang pada waktu $0.4 + 2$ (waktu layanan)

t=1.6 Kedatangan Kustomer 2.

- Pada saat $t = 1.6$, clock = 1.6
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 2 datang ke system
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 1.6
- Banyaknya antrian = 1
- Sampai dengan waktu ke $t = 1.6$, counter variable :
 - total delay = 0 (belum ada delay),
 - total waktu antrian = 0, dan

- total waktu sibuk = 1.2 (mulai 0.4 sampai 1.6)
- Event List = {2.1 ; 2.4}. Sebab, diketahui waktu antar kedatangan kustomer 3 adalah 0.5, jadi $A = 1.6 + 0.5 = 2.1$. Dan pada saat ini kustomer 1 masih dilayani server hingga waktu ke 2.4, sehingga nilai D masih tetap 2.4

t=2.1 Kedatangan Kustomer 3.

- Pada saat $t = 2.1$, clock = 2.1
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 3 datang ke system
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 2.1
- Banyaknya antrian = 2
- Sampai dengan waktu ke $t = 2.1$, counter variabel :
 - total delay = 0 (server masih sibuk melayani kustomer 1) ,
 - total waktu antrian = 0.5 (sebab antrian terjadi dari 1.6 sampai 2.1), dan
 - total waktu sibuk = 1.7 (mulai 0.4 sampai 2.1)
- Event List = {3.8 ; 2.4}. Sebab, diketahui waktu antar kedatangan kustomer 4 adalah 1.7, jadi $A = 2.1 + 1.7 = 3.8$. Dan pada saat ini kustomer 1 masih dilayani server hingga waktu ke 2.4, sehingga nilai D masih tetap 2.4.

t=2.4 Departure Kustomer 1.

- Pada saat $t = 2.4$, clock = 2.4
- Terjadi event Departure (D), Kustomer 1 keluar dari sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 2.4
- Banyaknya antrian = 1 (karena kustomer 2 dalam antrian menuju server)
- Sampai dengan waktu ke $t = 2.4$, counter variable :

- total delay = 0.8 (diperoleh dari kustomer 2 yang datang pada $t = 1.6$ tetapi dilayani pada $t = 2.4$),
- total waktu antrian = 1.1 (diperoleh dari update nilai sebelumnya sebesar 0.5, ditambah antrian sampai 2.4 sebesar 0.6 yaitu total dari kustomer 2 dan kustomer 3 masing-masing 0.3), dan
- total waktu sibuk = 2.0 (mulai 0.4 sampai 2.4)
- Event List = {3.8 ; 3.1}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah departure kustomer 2 yang dilayani selama 0.7 dari saat $t = 2.4$), sehingga nilai D menjadi 3.1.

t=3.1 Departure Kustomer 2.

- Pada saat $t = 3.1$, clock = 3.1
- Terjadi event Departure (D), Kustomer 2 keluar dari sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 3.1
- Banyaknya antrian = 0 (karena kustomer 3 dalam antrian menuju server)
- Sampai dengan waktu ke $t = 3.1$, counter variable :
 - total delay = 1.8 (diperoleh dari nilai update sebelumnya 0.8 ditambah dengan waktu dari kustomer 3 sebesar 1 karena datang pada $t = 2.1$ tetapi dilayani pada $t = 3.1$),
 - total waktu antrian = 1.8 (diperoleh dari update nilai sebelumnya 1.1, ditambah antrian dari 2.4 sampai dengan 3.1 yaitu sebesar 0.7 dari antrian kustomer 3), dan
 - total waktu sibuk = 2.7 (mulai 0.4 sampai 3.1)
- Event List = {3.8 ; 3.3}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah departure kustomer 3 yang dilayani selama 0.2 dari saat $t = 3.1$), sehingga nilai D menjadi 3.3.

t=3.3 Departure Kustomer 3.

- Pada saat $t = 3.3$, clock = 3.3
- Terjadi event Departure (D), Kustomer 3 keluar dari sistem
- Status Server = Idle (0)
- Akhir event = 3.3
- Banyaknya antrian = 0 (karena kustomer 3 departure dan belum ada arrival)
- Sampai dengan waktu ke $t = 3.3$, counter variable :
 - total delay = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena tidak ada antrian),
 - total waktu antrian = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena tidak ada antrian), dan
 - total waktu sibuk = 2.9 (mulai 0.4 sampai 3.3)
- Event List = $\{3.8 ; \infty\}$. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah arrival kustomer 4 dengan waktu antar kedatangan 1.7 terhitung sejak datangnya kustomer 3, sehingga nilai A menjadi 3.8. Sedangkan $D = \infty$, sebab belum ada pelayanan dari server pada saat $t = 3.3$.

t=3.8 Arrival Kustomer 4.

- Pada saat $t = 3.8$, clock = 3.8
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 4 datang ke sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 3.8
- Banyaknya antrian = 0 (karena kustomer 4 datang langsung dilayani)
- Sampai dengan waktu ke $t = 3.8$, counter variable :
 - total delay = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena tidak ada antrian),
 - total waktu antrian = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena tidak ada antrian), dan

- total waktu sibuk = 2.9 (tidak ada update nilai variable karena pelayanan belum selesai)
- Event List = {4.0 ; 4.9}. Sebab, untuk event arrival yang paling cepat akan terjadi setelah arrival sebelumnya adalah arrival kustomer 5 dengan waktu antar kedatangan 0.2 terhitung sejak datangnya kustomer 4, sehingga nilai A menjadi 4.0. Sedangkan D = 4.9, sebab waktu pelayanan kustomer 4 adalah 1.1 yang dimulai pada $t = 3.8$ sehingga akan selesai pada 4.9.

$t=4.0$ Arrival Kustomer 5.

- Pada saat $t = 4.0$, clock = 4.0
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 5 datang ke sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 4.0
- Banyaknya antrian = 1 (karena pelayanan kustomer 4 belum selesai)
- Sampai dengan waktu ke $t = 4.0$, counter variable :
 - total delay = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena pelayanan kustomer 4 belum selesai),
 - total waktu antrian = 1.8 (tidak ada update nilai variable karena pelayanan kustomer 4 belum selesai), dan
 - total waktu sibuk = 3.1 (update nilai sebelumnya 2.9 ditambah kesibukan server dari 3.8 sampai 4.0 sebesar 0.2)
- Event List = {5.6 ; 4.9}. Sebab, untuk event arrival yang paling cepat akan terjadi setelah arrival sebelumnya adalah arrival kustomer 6 dengan waktu antar kedatangan 1.6 terhitung sejak datangnya kustomer 5, sehingga nilai A menjadi 5.6. Sedangkan D = 4.9, sebab waktu pelayanan kustomer 4 masih berlangsung dan baru akan selesai pada 4.9.

t=4.9 Departure Kustomer 4.

- Pada saat $t = 4.9$, clock = 4.9
- Terjadi event Departure (D), Kustomer 4 keluar dari sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 4.9
- Banyaknya antrian = 0 (karena kustomer 5 menuju server)
- Sampai dengan waktu ke $t = 4.9$, counter variable :
 - total delay = 2.7 (update nilai variable sebelumnya 1.8, ditambah dengan delay kustomer 5 sebesar 0.9 dari 4.0 sampai 4.9),
 - total waktu antrian = 2.7 (update nilai variable sebelumnya 1.8, ditambah waktu antrian kustomer 5 sebesar 0.9 dari 4.0 sampai 4.9), dan
 - total waktu sibuk = 4.0 (update nilai sebelumnya 3.1 ditambah kesibukan server dari 4.0 sampai 4.9 sebesar 0.9)
- Event List = {5.6 ; 8.6}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah departure kustomer 5 dari waktu pelayanan sebesar 3.7, sehingga $D = 8.6$.

t=5.6 Arrival Kustomer 6.

- Pada saat $t = 5.6$, clock = 5.6
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 6 masuk ke sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 5.6
- Banyaknya antrian = 1 (karena kustomer 5 belum selesai dilayani)
- Sampai dengan waktu ke $t = 5.6$, counter variable :
 - total delay = 2.7 (tidak ada update nilai variable sebelumnya),

- total waktu antrian = 2.7 (tidak ada update nilai variable sebelumnya),
- total waktu sibuk = 4.7 (update nilai sebelumnya 4.0 ditambah kesibukan server dari 4.9 sampai 5.6 sebesar 0.7)
- Event List = {5.8 ; 8.6}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah arrival kustomer 7 dengan waktu antar kedatangan sebesar 0.2, sehingga $A = 5.8$. Sedangkan D masih tetap, yaitu menyelesaikan waktu pelayanan kustomer 5.

t=5.8 Arrival Kustomer 7.

- Pada saat $t = 5.8$, clock = 5.8
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 7 masuk ke sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 5.8
- Banyaknya antrian = 2 (kustomer 6 dan kustomer 7)
- Sampai dengan waktu ke $t = 5.8$, counter variable :
 - total delay = 2.7 (tidak ada update nilai variable sebelumnya),
 - total waktu antrian = 2.9 (update nilai variable sebelumnya 2.7 ditambah dengan waktu antrian kustomer 6 dari 5.6 sampai 5.8 sebesar 0.2),
 - total waktu sibuk = 4.9 (update nilai sebelumnya 4.7 ditambah kesibukan server dari 5.6 sampai 5.8 sebesar 0.2)
- Event List = {7.2 ; 8.6}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah arrival kustomer 8 dengan waktu antar kedatangan sebesar 1.4, sehingga $A = 7.2$. Sedangkan D masih tetap, yaitu menyelesaikan waktu pelayanan kustomer 5.

t=7.2 Arrival Kustomer 8.

- Pada saat $t = 7.2$, clock = 7.2
- Terjadi event Arrival (A), Kustomer 8 masuk ke sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 7.2
- Banyaknya antrian = 3 (kustomer 6, kustomer 7 dan kustomer 8)
- Sampai dengan waktu ke $t = 7.2$, counter variable :
 - total delay = 2.7 (tidak ada update nilai variable sebelumnya),
 - total waktu antrian = 5.7 (update nilai variable sebelumnya 2.9 ditambah dengan 2.8 dari waktu antrian kustomer 6 dari 5.8 sampai 7.2 sebesar 1.4 dan kustomer 7 dari 5.8 sampai 7.2 sebesar 1.4),
 - total waktu sibuk = 6.3 (update nilai sebelumnya 4.9 ditambah kesibukan server dari 5.8 sampai 7.2 sebesar 1.4)
- Event List = {9.1 ; 8.6}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah arrival kustomer 9 dengan waktu antar kedatangan sebesar 1.9, sehingga $A = 9.1$. Sedangkan D masih tetap, yaitu menyelesaikan waktu pelayanan kustomer 5.

t=8.6 Departure Kustomer 5.

- Pada saat $t = 8.6$, clock = 8.6
- Terjadi event Departure (D), Kustomer 5 keluar dari sistem
- Status Server = Sibuk (1)
- Akhir event = 8.6
- Banyaknya antrian = 2 (kustomer 7 dan kustomer 8, sedang kustomer 6 menuju server)
- Sampai dengan waktu ke $t = 8.6$, counter variable :

- total delay = 5.7 (update nilai variable sebelumnya 2.7 ditambah dengan waktu delay kustomer 6 sebesar 3.0 sebab kustomer 6 datang pada 5.6 tapi baru dilayani 8.6),
- total waktu antrian = 9.9 (update nilai variable sebelumnya 5.7 ditambah dengan 1.4 dari waktu antrian kustomer 6 mulai 7.2 sampai 8.6 sebesar 1.4, kustomer 7 sebesar 1.4 dari 7.2 sampai 8.6 dan kustomer 8 dari 7.2 sampai 8.6 sebesar 1.4),
- total waktu sibuk = 7.7 (update nilai sebelumnya 6.3 ditambah kesibukan server dari 7.2 sampai 8.6 sebesar 1.4)
- Event List = {9.1 ; 9.2}. Sebab, event yang paling cepat akan terjadi setelah event sebelumnya adalah departure kustomer 6 dengan waktu pelayanan sebesar 0.6, sehingga D = 9.2.

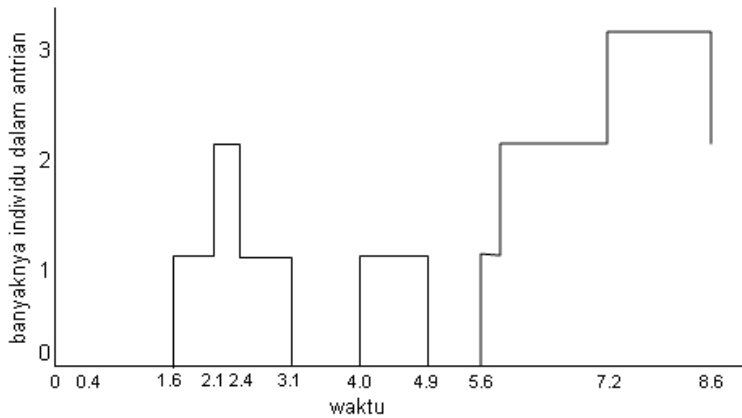
Dari simulasi hingga clock = 8.6 diperoleh ukuran kinerja :

- Rata-rata waktu tunggu dalam antrian
Total waktu delay (D_i) = 5.7, banyaknya individu yang mengantri sebanyak 6 yaitu Kustomer 2, 3, 5, 6, 7 dan 8. Sehingga waktu tunggu rata-rata dalam antrian :

$$d(n) = \frac{5.7}{6} = 0.95$$

- Rata-rata banyaknya individu dalam antrian
Total waktu selama simulasi untuk panjang antrian $i = 9.9$, sedangkan total waktu simulasi = 8.6, sehingga rata-rata banyaknya individu dalam antrian adalah :

$$q(n) = \frac{9.9}{8.6} = 1.15$$



Gambar 2.4 Grafik Simulasi Banyaknya Individu Dalam Antrian

- Tingkat kesibukan server

Total waktu sibuk server adalah 7.7, sedangkan total waktu simulasi adalah 8.6, sehingga tingkat kesibukan server :

$$u(n) = \frac{7.7}{8.6} = 0.90$$

Ringkasan hasil simulasi dari sistem di atas dinyatakan dalam tabel berikut :

Clock t	Event	Kustomer	Akhir Event	Status Server	EL {tA, tD}	Jumlah Antrian	Di	i x Ti	Total Waktu Sibuk
0	-		0	Idle	{0.4, ~}	0	0	0	0
0.4	Arrival	C1	0.4	Busy	{1.6 ; 2.4}	0	0	0	0
1.6	Arrival	C2	1.6	Busy	{2.1; 2.4}	1	0	0	1.2
2.1	Arrival	C3	2.1	Busy	{3.8; 2.4}	2	0	0.5	1.7
2.4	Departure	C1	2.4	Busy	{3.8; 3.1}	1	0.8	1.1	2
3.1	Departure	C2	3.1	Busy	{3.8; 3.3}	0	1.8	1.8	2.7
3.3	Departure	C3	3.3	Idle	{3.8; ~}	0	1.8	1.8	2.9
3.8	Arrival	C4	3.8	Busy	{4.0; 4.9}	0	1.8	1.8	2.9
4.0	Arrival	C5	4.0	Busy	{5.6; 4.9}	1	1.8	1.8	3.1
4.9	Departure	C4	4.9	Busy	{5.6; 8.6}	0	2.7	2.7	4
5.6	Arrival	C6	5.6	Busy	{5.8; 8.6}	1	2.7	2.7	4.7
5.8	Arrival	C7	5.8	Busy	{7.2; 8.6}	2	2.7	2.9	4.9
7.2	Arrival	C8	7.2	Busy	{9.1; 8.6}	3	2.7	5.7	6.3
8.6	Departure	C5	8.6	Busy	{9.1; 9.2}	2	5.7	9.9	7.7

2.7 Soal Latihan

- 1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan discrete event simulation model.
- 2. Sebutkan komponen-komponen dalam DES model.
- 3. Jelaskan pendekatan pengembangan simulasi diskrit menggunakan Event-Scheduling Approach serta sebutkan langkah-langkahnya.
- 4. Diketahui data-data waktu kedatangan dan waktu pelayanan dalam sebuah system pelayanan sebagai berikut :

Kustomer Ke	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Waktu Antar Kedatangan (menit)	38	3	41	20	57	10	46	99	87	221
Waktu Pelayanan (menit)	136	17	23	4	70	55	36	17	12	62

Simulasikan waktu kedatangan dan waktu pelayanan dari system pelayanan tersebut, kemudian hitunglah :

- Rata-rata waktu tunggu
- Peluang kustomer harus menunggu untuk dilayani
- Rata-rata waktu yang dibutuhkan kustomer dalam system
- Persentase fasilitas pelayanan sedang menganggur
- Rata-rata waktu tunggu nasabah yang mengantri