

REASONING

ARTIFICIAL INTELLIGENT



Fuzzy Systems

- Ide dasar *fuzzy systems* adalah *fuzzy sets* dan *fuzzy logic*.
- *Fuzzy logic* sudah lama dipikirkan oleh para filsuf Yunani kuno.
- Plato: filsuf pertama yang meletakkan fondasi *fuzzy logic*.
- Plato: “Terdapat area ketiga selain Benar dan Salah”.
- *Fuzzy logic* menghilang selama 2 milenium
- Muncul kembali pada era 1960-an.
- Konsep *fuzzy logic* yang sangat sistematis pertama kali diusulkan oleh Lotfi A. Zadeh, the University of California, Berkeley, Amerika Serikat.

Apa itu *Soft Computing*?



Evolving collection of methodologies,
which aims to exploit tolerance for
imprecision, uncertainty, and partial truth to
achieve robustness, tractability and low cost

[Lotfi A. Zadeh, 2006]

Fuzzy Systems

- Juni tahun 1965: Profesor Zadeh mempublikasikan paper pertama “*Fuzzy Sets*” pada jurnal *Information and Control*.
- 1970-an: para ilmuwan Jepang berhasil mengaplikasikan konsep *fuzzy* ke dalam berbagai peralatan elektronik maupun proses produksi dalam industri.
- *Fuzzy* sudah diterapkan pada beragam sistem kontrol
 - ▣ *Air Conditioning* (AC)
 - ▣ Otomotif
 - ▣ Robot
 - ▣ Dsb.

Classical Sets

- Teori himpunan klasik: suatu himpunan secara intuitif adalah setiap kumpulan elemen-elemen.
- Himpunan klasik dikenal juga sebagai ***crisp set***.
- *Crisp* = *clear and distinct*.
- *Crisp set* : himpunan yang membedakan anggota dan non anggotanya dengan batasan yang jelas.

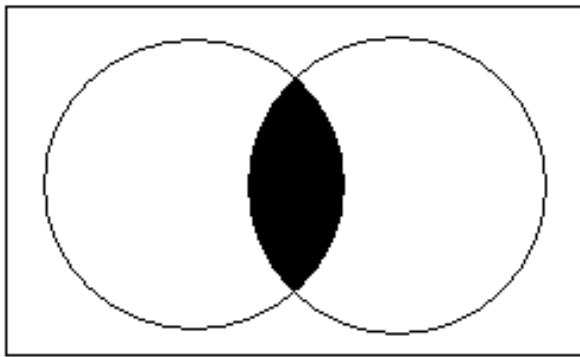
Contoh

$$A = \{x \mid x \text{ bilangan bulat}, x > 6\}$$

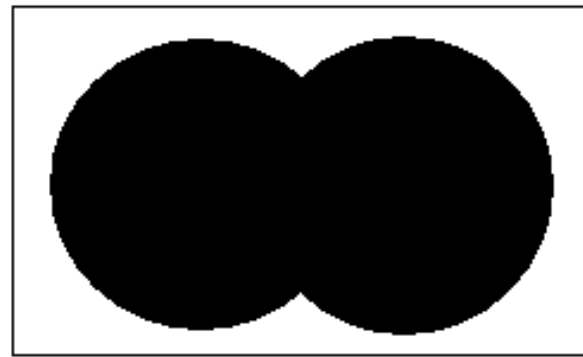
Anggota himpunan A adalah 7, 8, 9, ...

Bukan anggota A adalah 6, 5, 4, ...

Intersection, union, complement, difference



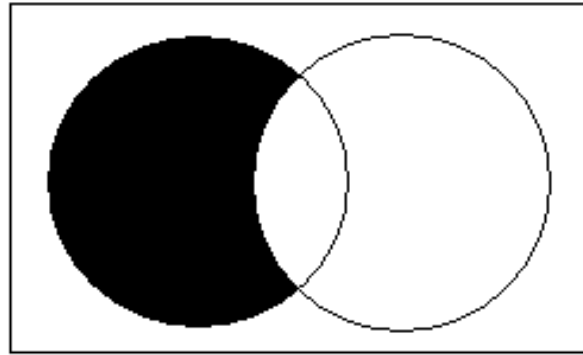
(a)



(b)



(c)



(d)

Excluded Middle Laws

$$A \cup \bar{A} = U$$

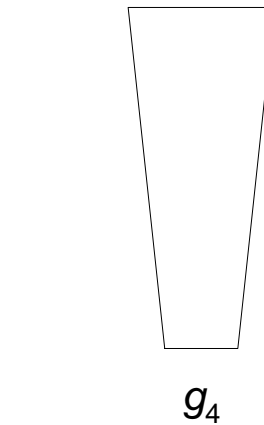
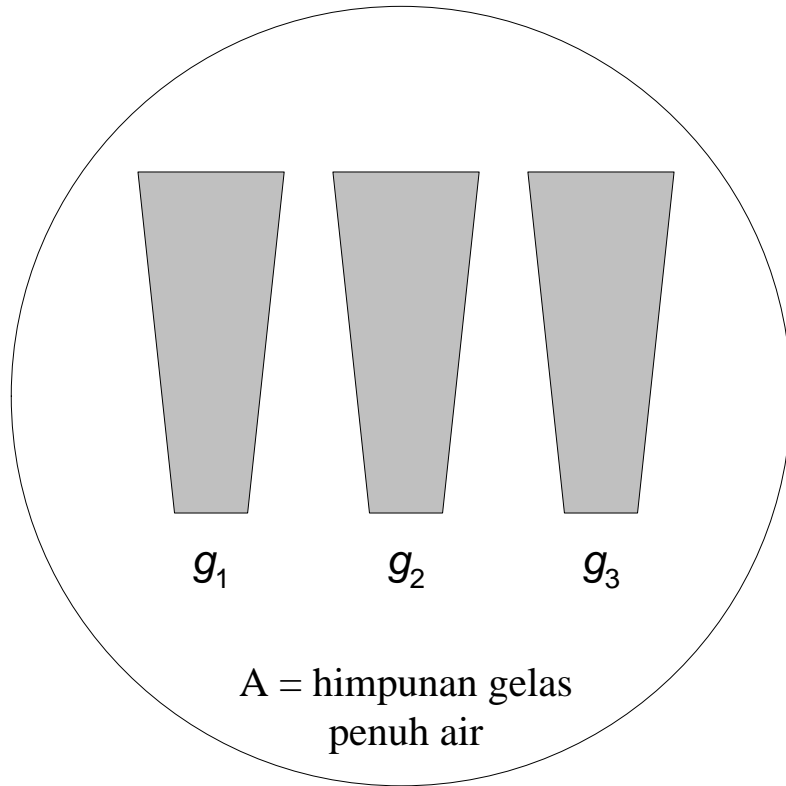
Law of Contradiction

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

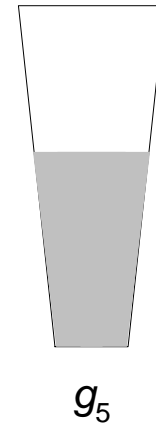
Logika Aristotelian

- Kedua hukum tersebut \rightarrow dasar dari logika Aristotelian.
- Bahasa Latin “*tertium non datur*” yang dalam bahasa Inggris berarti “*a third possibility = ruled out*”.
- Artinya, tidak ada tempat untuk kemungkinan ke tiga.
- Suatu elemen harus termasuk ke dalam A atau \bar{A} .

Semesta U



Gelas kosong termasuk \bar{A}



= ?

Gelas yang berisi air setengah bagian tidak termasuk A maupun \bar{A}

Beberapa Jenis Logic

Jenis <i>logic</i>	Apa yang ada di dunia nyata	Apa yang dipercaya <i>Agent</i> tentang fakta
<i>Propositional logic</i>	fakta	benar/salah /tidak diketahui
<i>First-order logic</i>	fakta, objek, relasi	benar/salah /tidak diketahui
<i>Probability theory</i>	fakta	derajat kepercayaan [0,1]
<i>Fuzzy logic</i>	derajat kebenaran	derajat kepercayaan [0,1]

Fuzziness & Probability

- Banyak peneliti berbeda pendapat tentang **teori fuzzy** dan **teori probabilitas**.
- Sebenarnya, kedua teori tersebut memang sama-sama untuk menangani masalah ketidakpastian.
- Tetapi, perbedaannya adalah pada **jenis ketidakpastian** yang ditangani.

Fuzziness & Probability

- Profesor FAUZI berada di padang pasir yang gersang
- Dia hampir mati karena sangat kehausan
- Tiba-tiba dia menemukan dua kotak berisi minuman
- Dia sangat senang dan segera mendekati kotak tsb.
- Sesaat kemudian, dia bingung bukan kepalang
- Prof: "Saya harus minum dari kotak yang mana?"

Peringatan:

1 dari 50 botol ini berisi cairan kimia mematikan yang warna dan rasanya sama dengan air mineral. Anda akan mati seketika jika meminumnya.

Probability

1

Peringatan:

Satu plastik cairan kimia mematikan dicampurkan ke dalam 50 botol ini secara tidak merata. Anda tidak akan mati jika cuma minum satu botol, tetapi anda akan menderita pusing ringan/berat.

Fuzziness

2

Fungsi Karakteristik

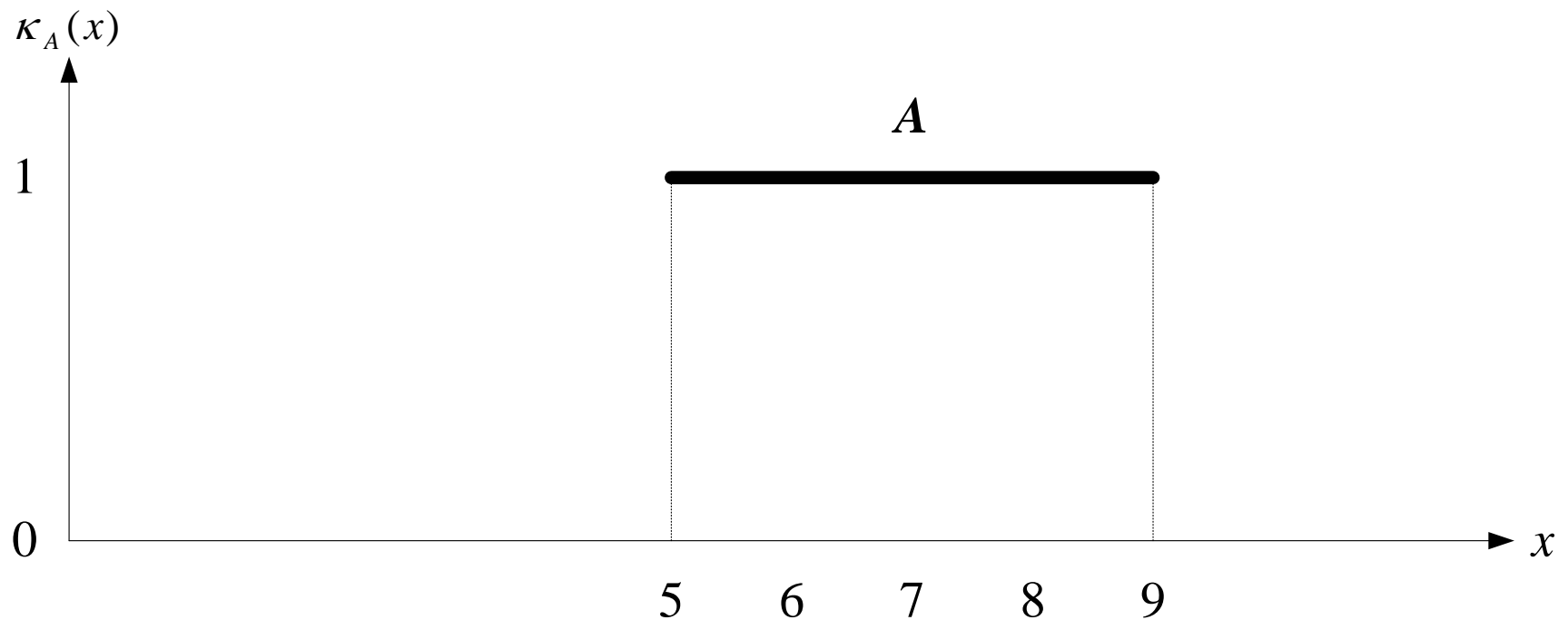
Fungsi karakteristik dari himpunan A adalah suatu pemetaan

$$\kappa_A : U \rightarrow \{0,1\}$$

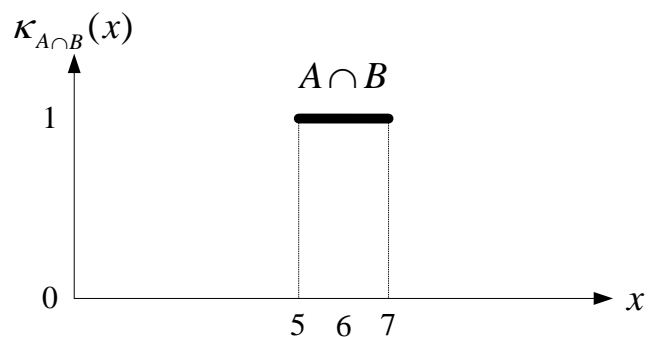
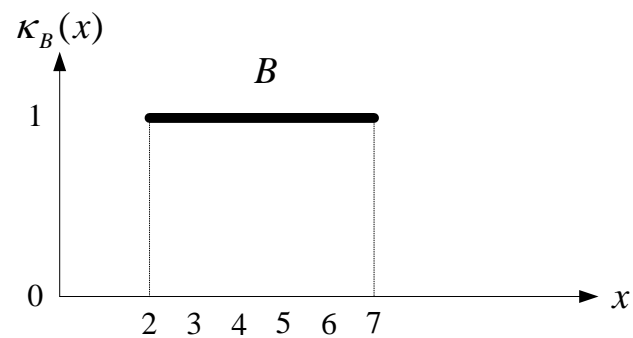
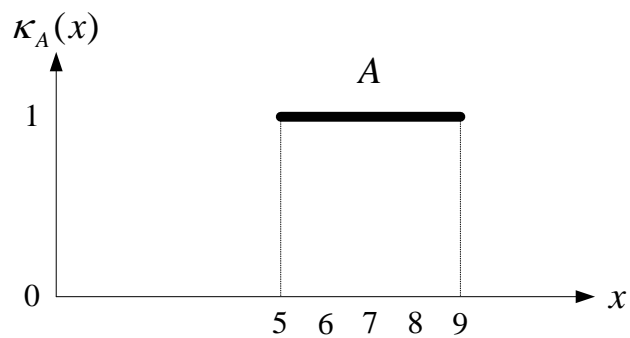
sedemikian hingga, untuk semua x ,

$$\kappa_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{jika } x \in A; \\ 0 & \text{untuk kasus lainnya.} \end{cases}$$

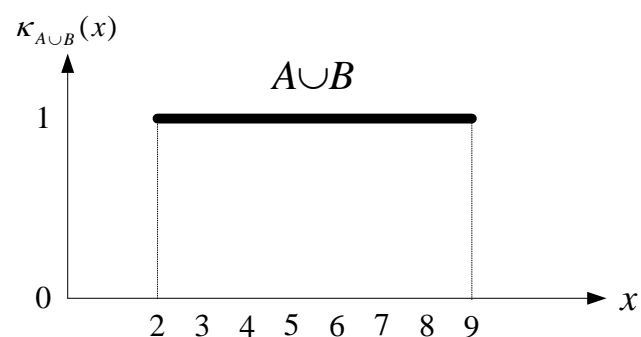
Fungsi Karakteristik *Classical Set*



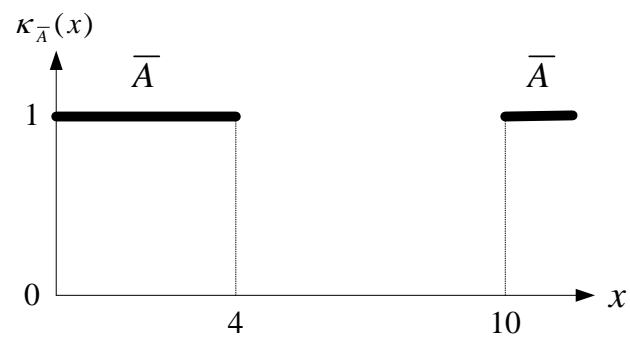
A = himpunan klasik semua bilangan bulat positif lebih dari 4 dan kurang dari 10 atau $\{5, 6, \dots, 9\}$.



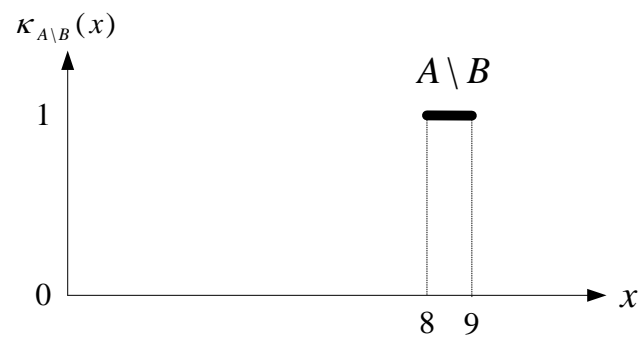
Intersection



Union



Complement



Difference

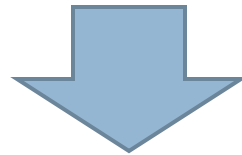
Kasus 1: Pemberian Beasiswa

Mahasiswa	IPK	Gaji Ortu (Rp/bulan)
A	3,00	10 juta
B	2,99	1 juta

Logika Biner (*classical sets*)

Mahasiswa	IPK	Gaji Ortu (Rp/bulan)
A	3,00	10 juta
B	2,99	1 juta

if $IPK \geq 3,00$ and $G \leq 10$ juta
then Dapat Beasiswa



- A mendapatkan beasiswa.
- Kurang adil (manusiawi).

Fuzzy Sets

- Digunakan untuk penalaran yang lebih manusiawi.
- Misalkan U adalah *universe of discourse* (semesta pembicaraan) dan x adalah anggota U .
- Suatu *fuzzy set* A di dalam U didefinisikan sebagai suatu *membership function* atau fungsi keanggotaan, yang memetakan setiap objek di U menjadi suatu nilai real dalam interval $[0, 1]$.
- Nilai-nilai menyatakan derajat keanggotaan x di dalam A .

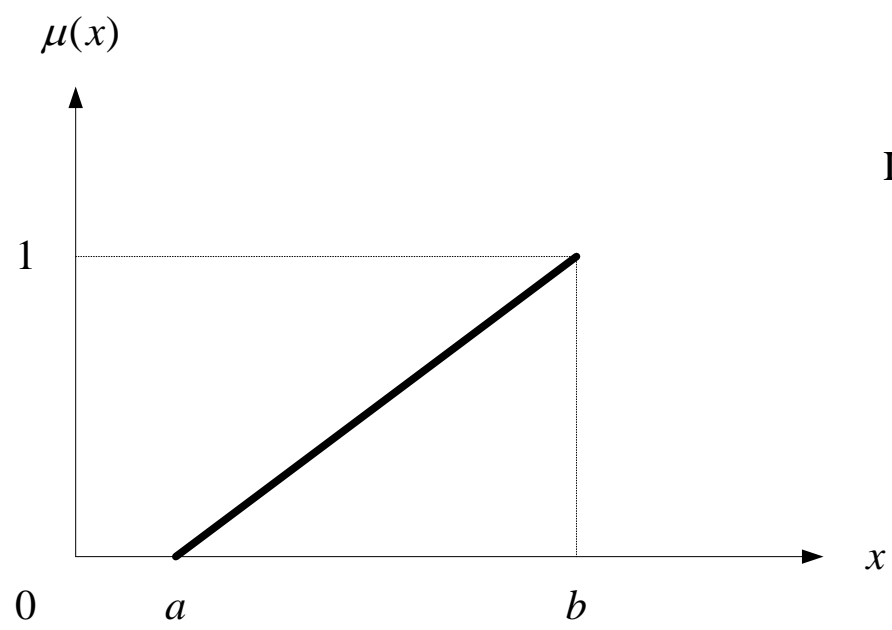
Suhu (⁰ C)	Dingin	Hangat	Panas
5	1	0,1	0
15	0,9	0,8	0
25	0,5	1	0,6
35	0,1	0,6	0,9
45	0	0,2	1

Fuzzy Set

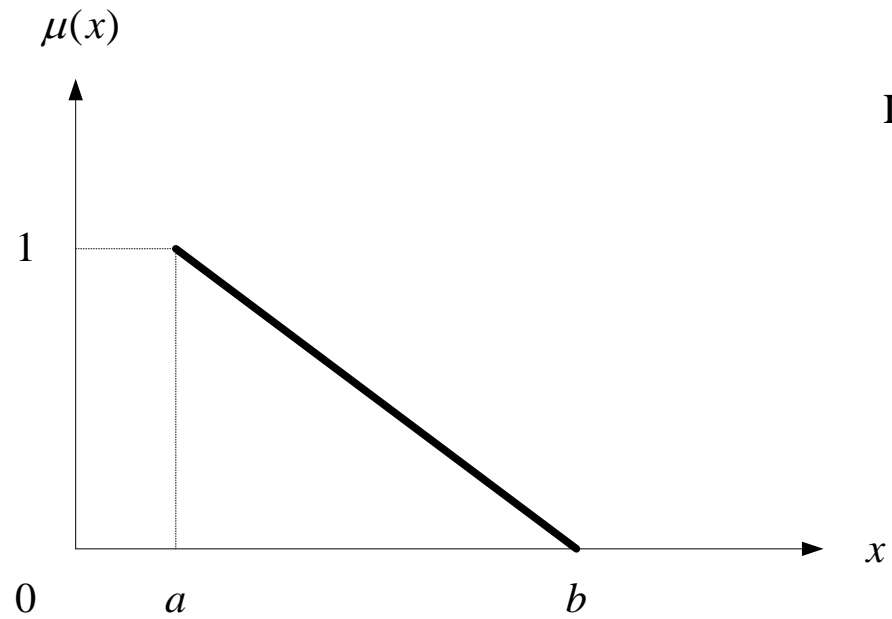
- Dingin = {5, 15, 25, 35} dan derajat keanggotaannya dinyatakan oleh $\mu_{Dingin} = \{1; 0,9; 0,5; 0,1\}$
- Hangat = {5, 15, 25, 35, 45} dan derajat keanggotaannya dinyatakan oleh $\mu_{Hangat} = \{0,1; 0,8; 1; 0,6; 0,2\}$
- Panas = {25, 35, 45} dan derajat keanggotaannya dinyatakan oleh $\mu_{Panas} = \{0,6; 0,9; 1\}$

Bentuk Fungsi Keanggotaan

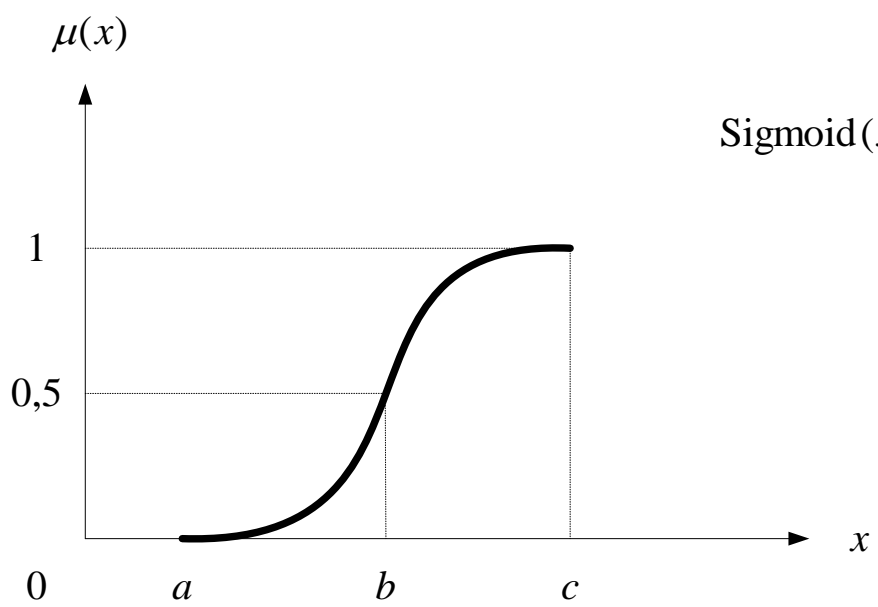
- Fungsi Linier
- Fungsi *Sigmoid*
- Fungsi Segitiga
- Fungsi Trapesium
- Fungsi Berbentuk *Bell*:
 - ▣ *Phi*
 - ▣ *Beta*
 - ▣ *Gauss*



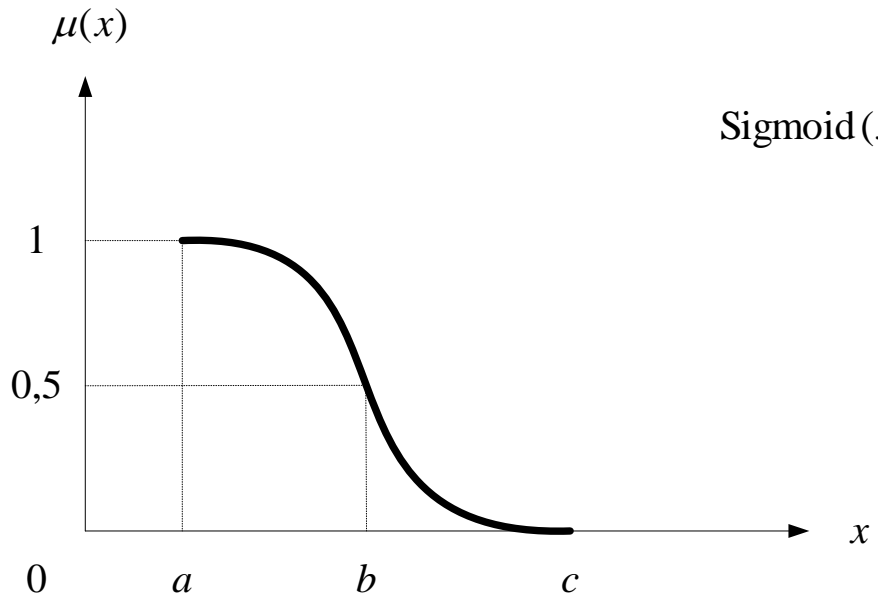
$$\text{LinierNaik}(x, a, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ (x - a) / (b - a), & a < x \leq b \end{cases}$$



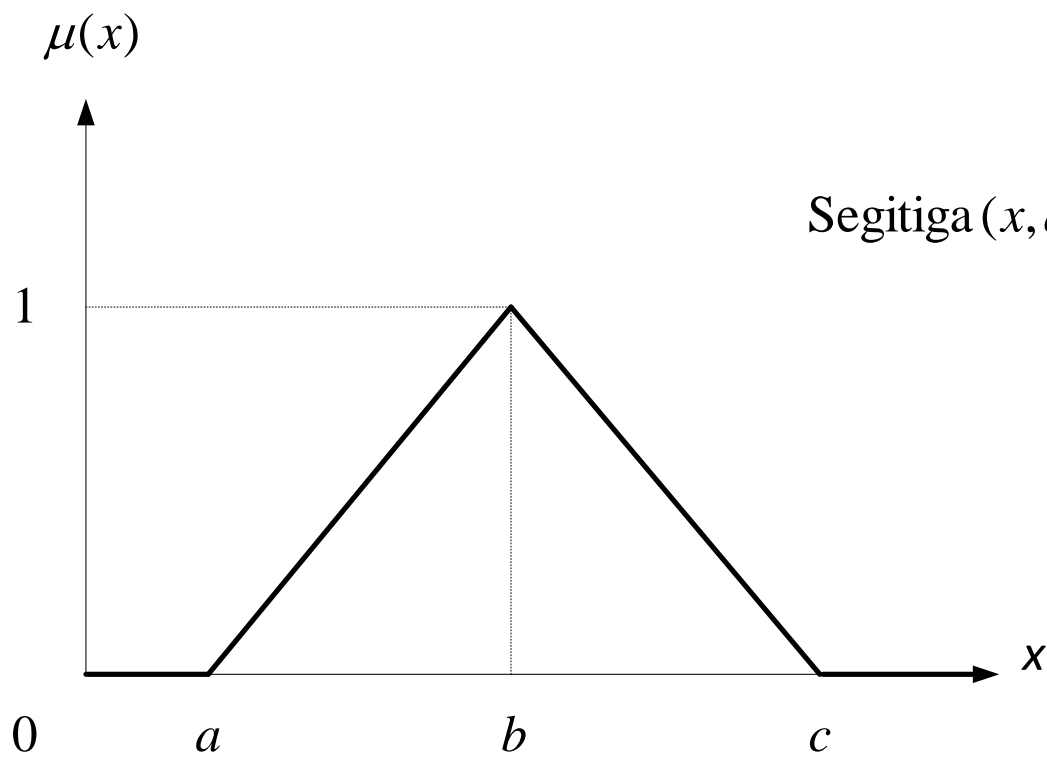
$$\text{LinierTurun}(x, a, b) = \begin{cases} (b - x) / (b - a), & a \leq x < b \\ 0, & x \geq b \end{cases}$$



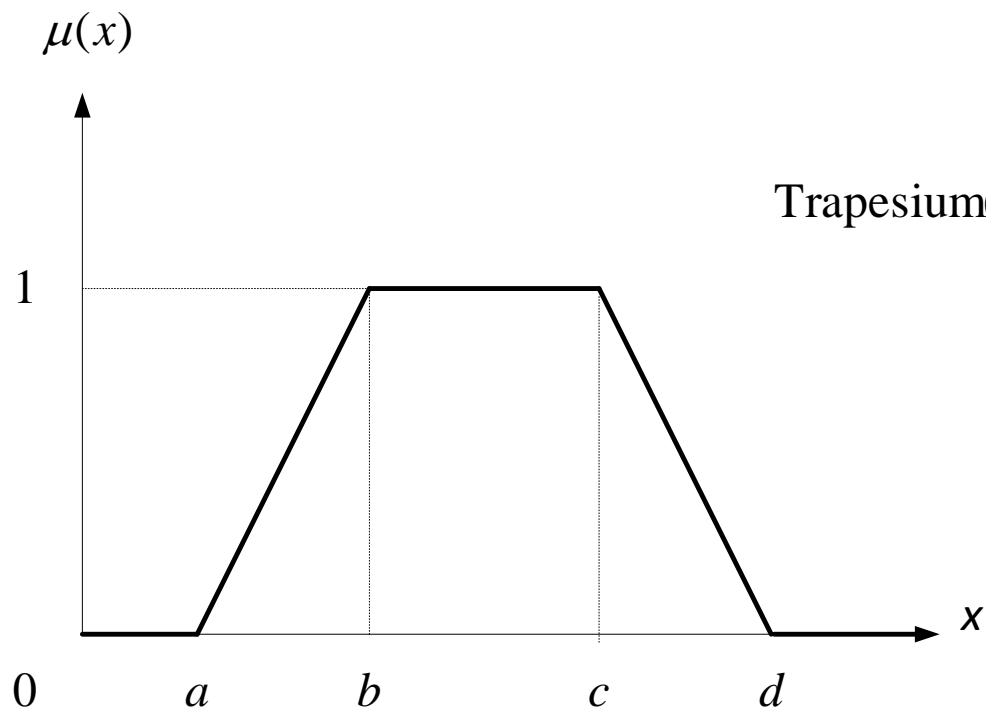
$$\text{Sigmoid}(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2((x-a)/(c-a))^2, & a < x \leq b \\ 1 - 2((c-x)/(c-a))^2, & b < x < c \\ 1, & c \leq x \end{cases}$$



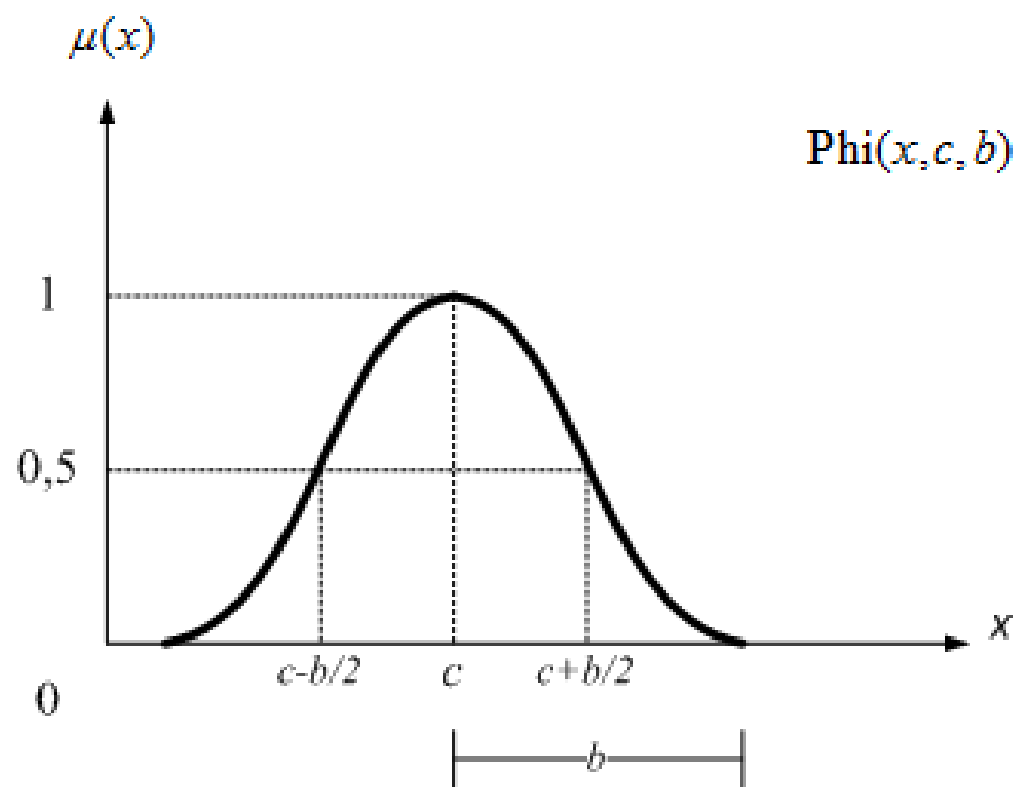
$$\text{Sigmoid}(x, a, b, c) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - 2((x-a)/(c-a))^2, & a < x \leq b \\ 2((c-x)/(c-a))^2, & b < x < c \\ 0, & x \geq c \end{cases}$$



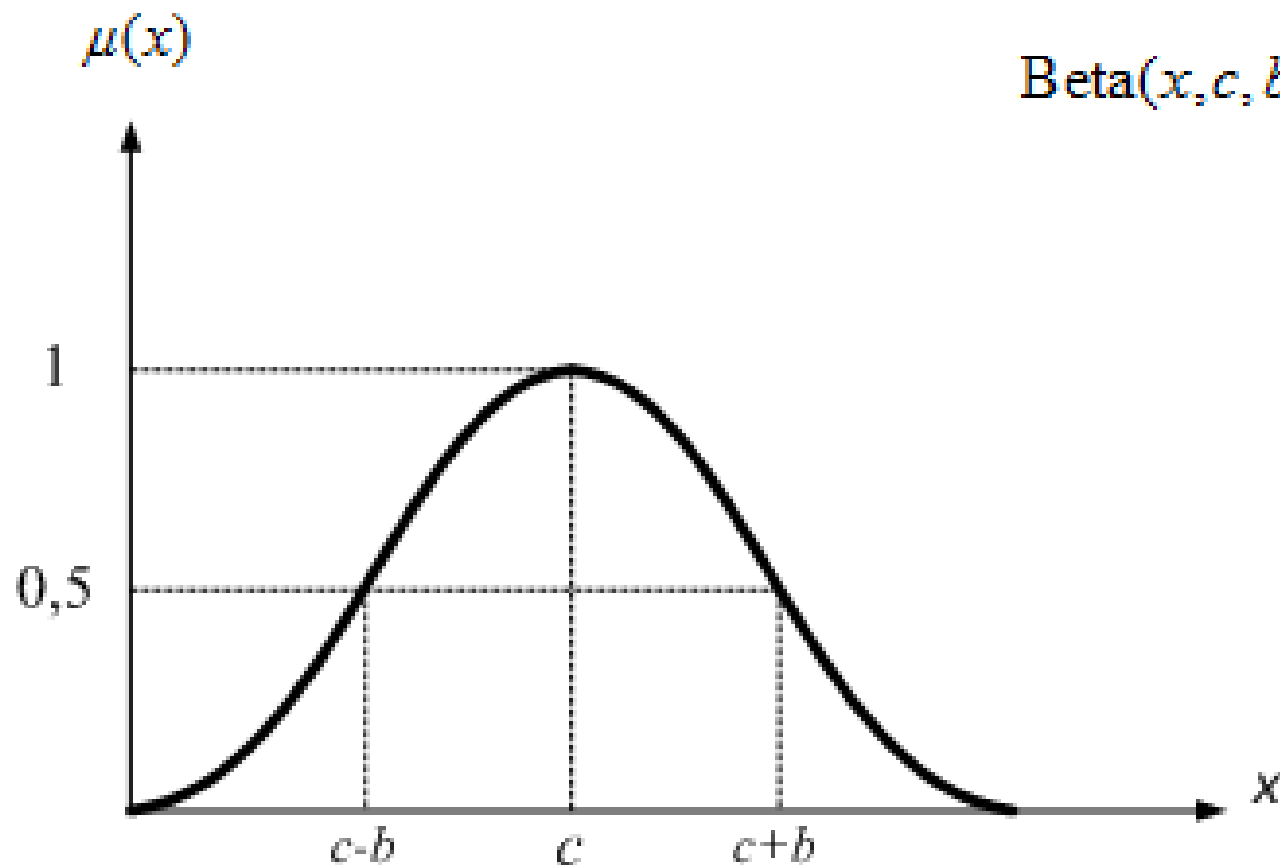
$$\text{Segitiga}(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a, x \geq c \\ (x - a) / (b - a), & a < x \leq b \\ -(x - c) / (c - b), & b < x \leq c \end{cases}$$



$$\text{Trapezium}(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a, x \geq d \\ (x-a)/(b-a), & a < x < b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ -(x-d)/(d-c), & c < x \leq d \end{cases}$$



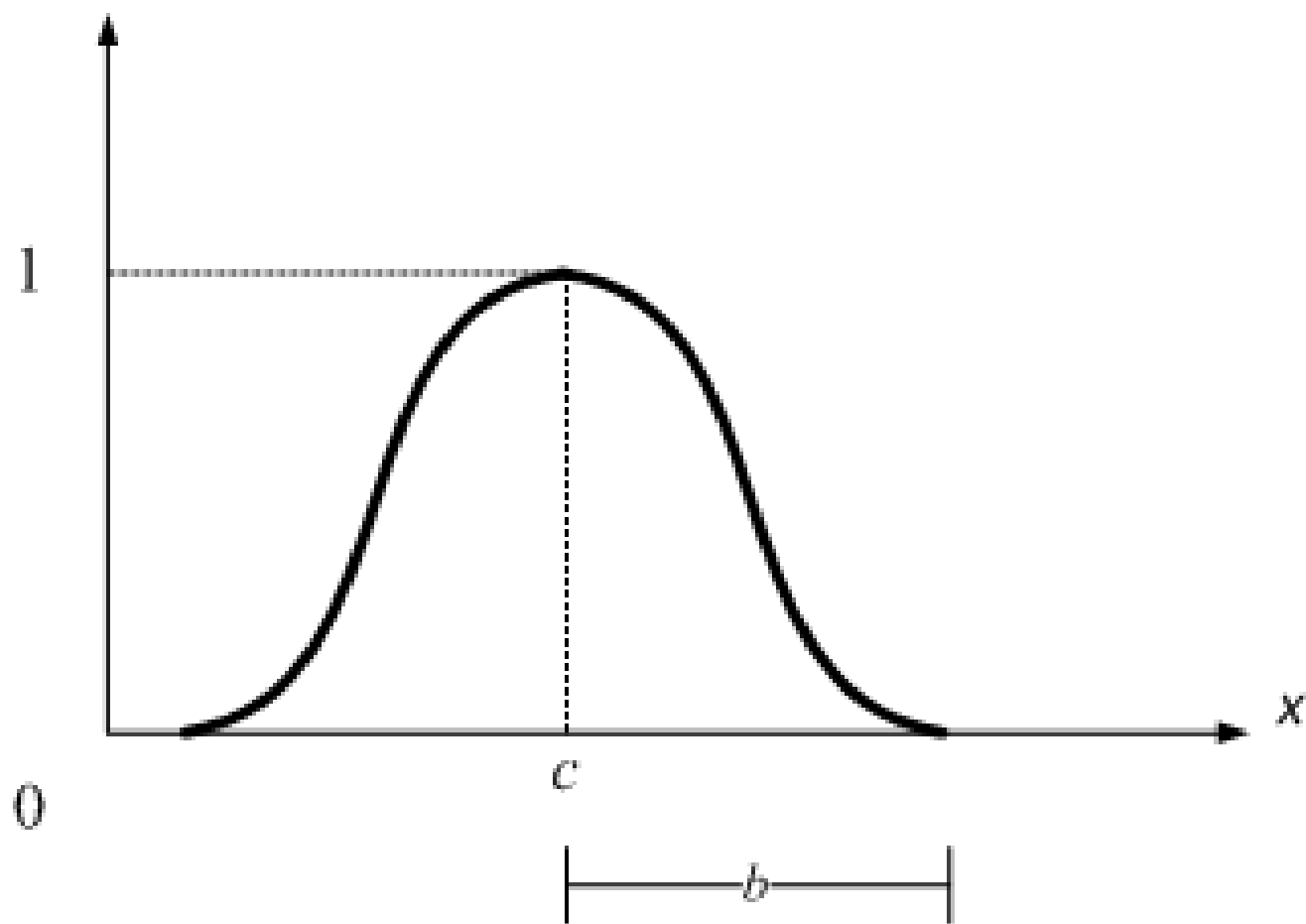
$$\text{Phi}(x, c, b) = \begin{cases} \text{Sigmoid}\left(x, c-b, c-\frac{b}{2}, c\right), & x \leq c \\ 1 - \text{Sigmoid}\left(x, c, c+\frac{b}{2}, c+b\right), & x > c \end{cases}$$

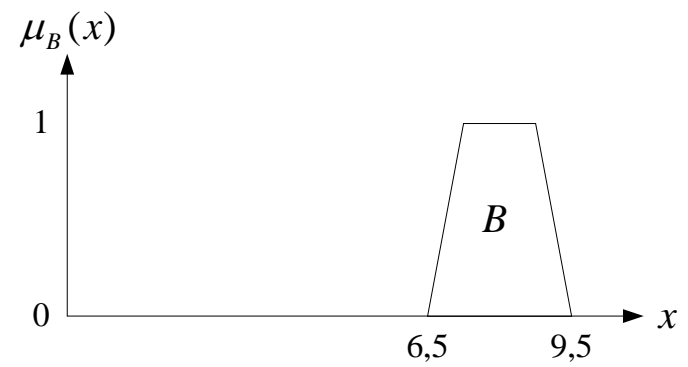
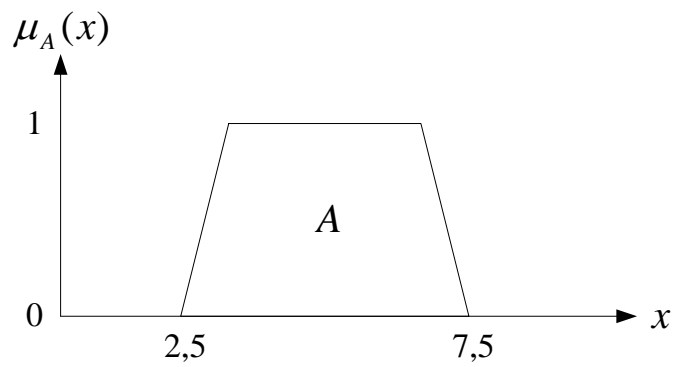


$$\text{Beta}(x, c, b) = \frac{1}{\left(1 + \left|\frac{x-c}{b}\right|^2\right)}$$

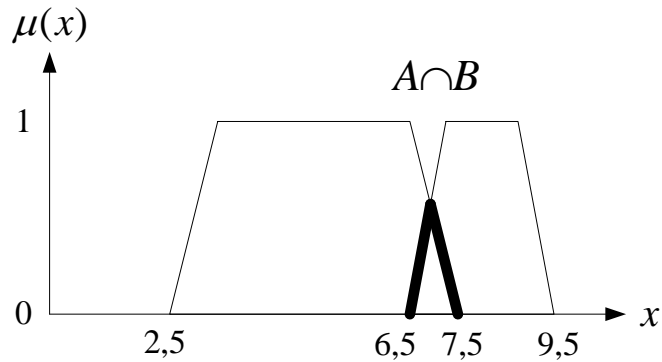
$\mu(x)$

$$\text{Gauss}(x, c, b) = e^{-b(c-x)^2}$$

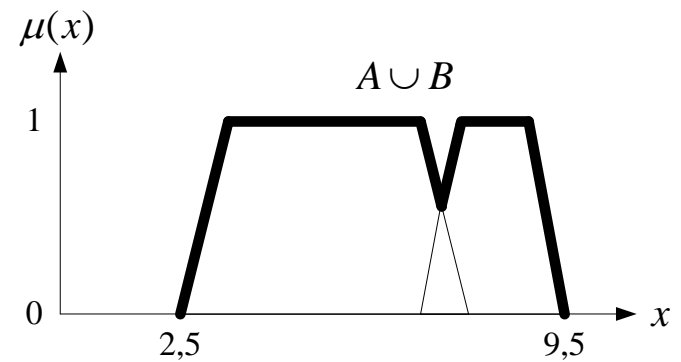




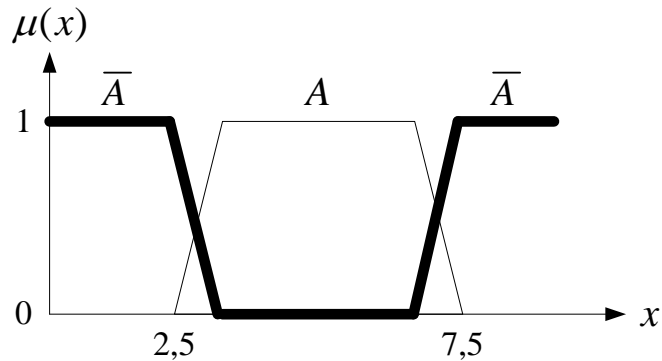
Fuzzy Set



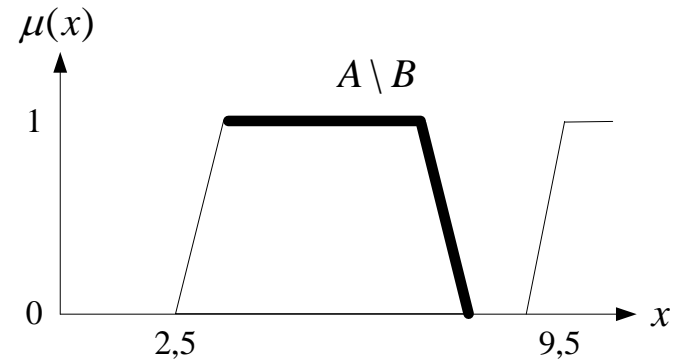
Intersection



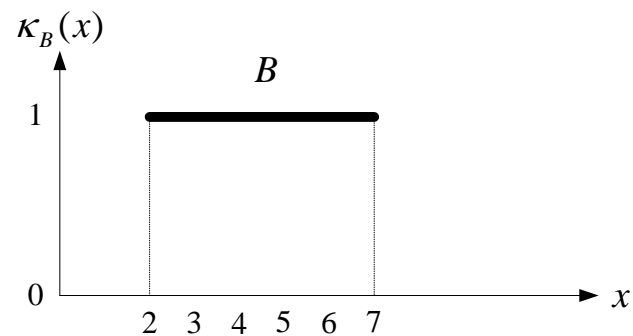
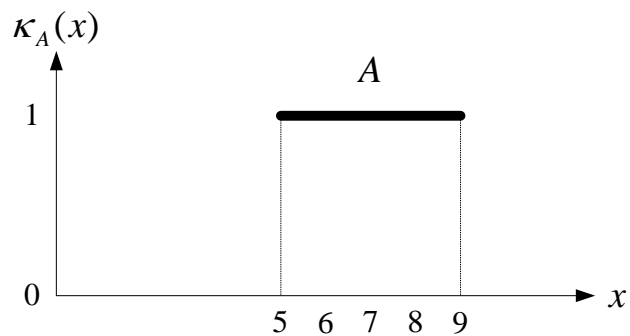
Union



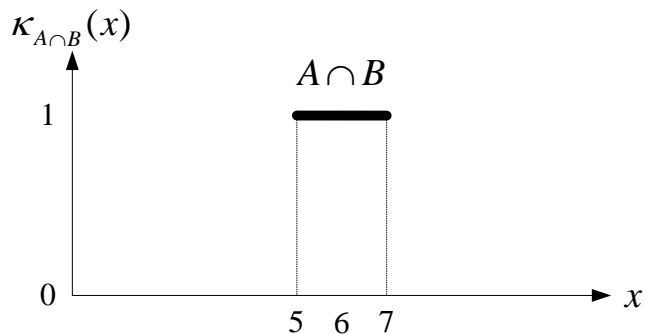
Complement



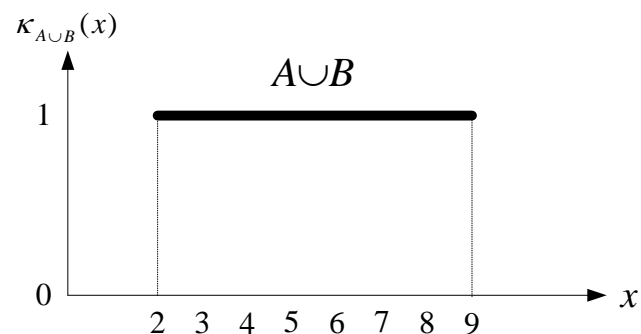
Difference



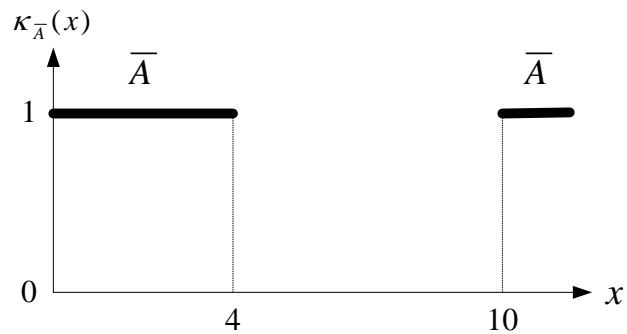
Classical Set



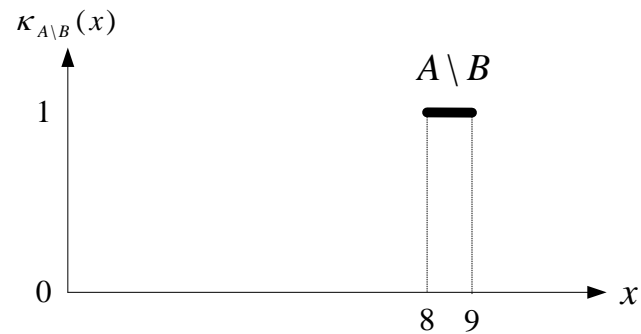
Intersection



Union



Complement



Difference

Logical connectives & Implication

- Dalam bahasa manusia, banyak percakapan yang menggunakan kalimat yang tidak pasti kebenarannya
 - ▣ '**Hampir semua** orang suka permen'
 - ▣ '**Sepertinya** dia anak yang pintar'
- Misalkan P adalah suatu *fuzzy logic proposition*
- Nilai kebenaran P adalah $[0, 1]$.
 - ▣ Nilai 0 menyatakan bahwa P adalah salah
 - ▣ Nilai 1 menyatakan bahwa P adalah benar

Logical connectives & Implication

$$T : P \rightarrow [0, 1]$$

T adalah fungsi kebenaran yang memetakan P ke suatu nilai dalam interval $[0, 1]$.

Logical Connectives

□ *Negation*

$$T(\neg P) = 1 - T(P)$$

□ *Disjunction*

$$T(P \vee Q) = \max\{T(P), T(Q)\}$$

□ *Conjunction*

$$T(P \wedge Q) = \min\{T(P), T(Q)\}$$

Approximate Reasoning

A : 'Apakah dia anak yang **pintar**?'

B : '**Sepertinya begitu.**'

A : 'Apakah Indeks Prestasi dan hasil tes psikologinya **bagus**?'

B : 'Ya, keduanya **sangat bagus.**'

A : 'Apakah dia layak mendapatkan beasiswa?'

B : 'Ya, **sepertinya** itu adalah keputusan yang **baik.**'

Approximate Reasoning



P_1 : Dani adalah mahasiswa

P_2 : Sebagian besar mahasiswa suka membaca

P_3 : Sepertinya Dani suka membaca

Reasoning yang Pasti



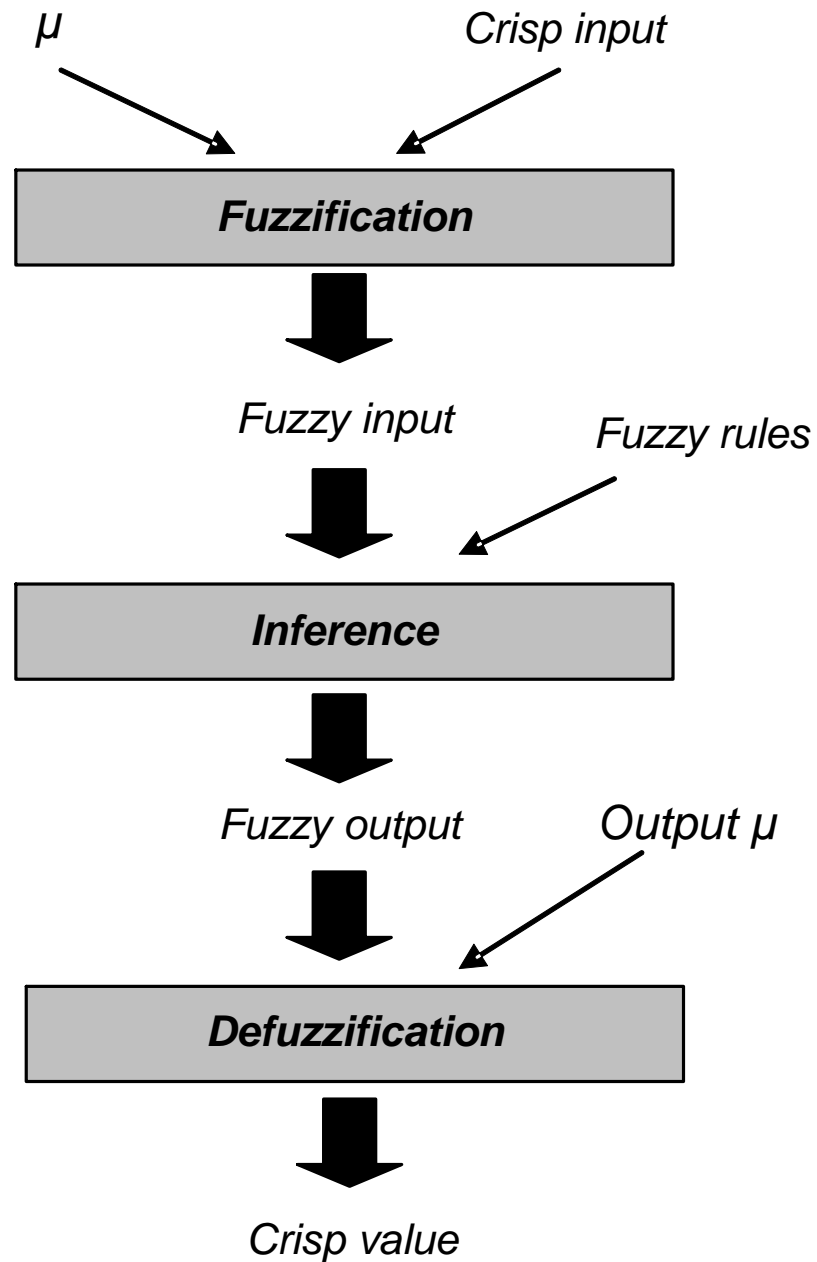
P_1 : Dani adalah manusia

P_2 : Semua manusia pasti akan mati

P_3 : Dani pasti akan mati

Sistem Berbasis Aturan *Fuzzy*

- Variabel linguistik adalah suatu interval numerik dan mempunyai nilai-nilai linguistik, yang semantiknya didefinisikan oleh fungsi keanggotaannya.
- Misalnya, *Suhu* adalah suatu variabel linguistik yang bisa didefinisikan pada interval $[-10^{\circ}\text{C}, 40^{\circ}\text{C}]$.
- Variabel tersebut bisa memiliki nilai-nilai linguistik seperti 'Dingin', 'Hangat', 'Panas' yang semantiknya didefinisikan oleh fungsi-fungsi keanggotaan tertentu.



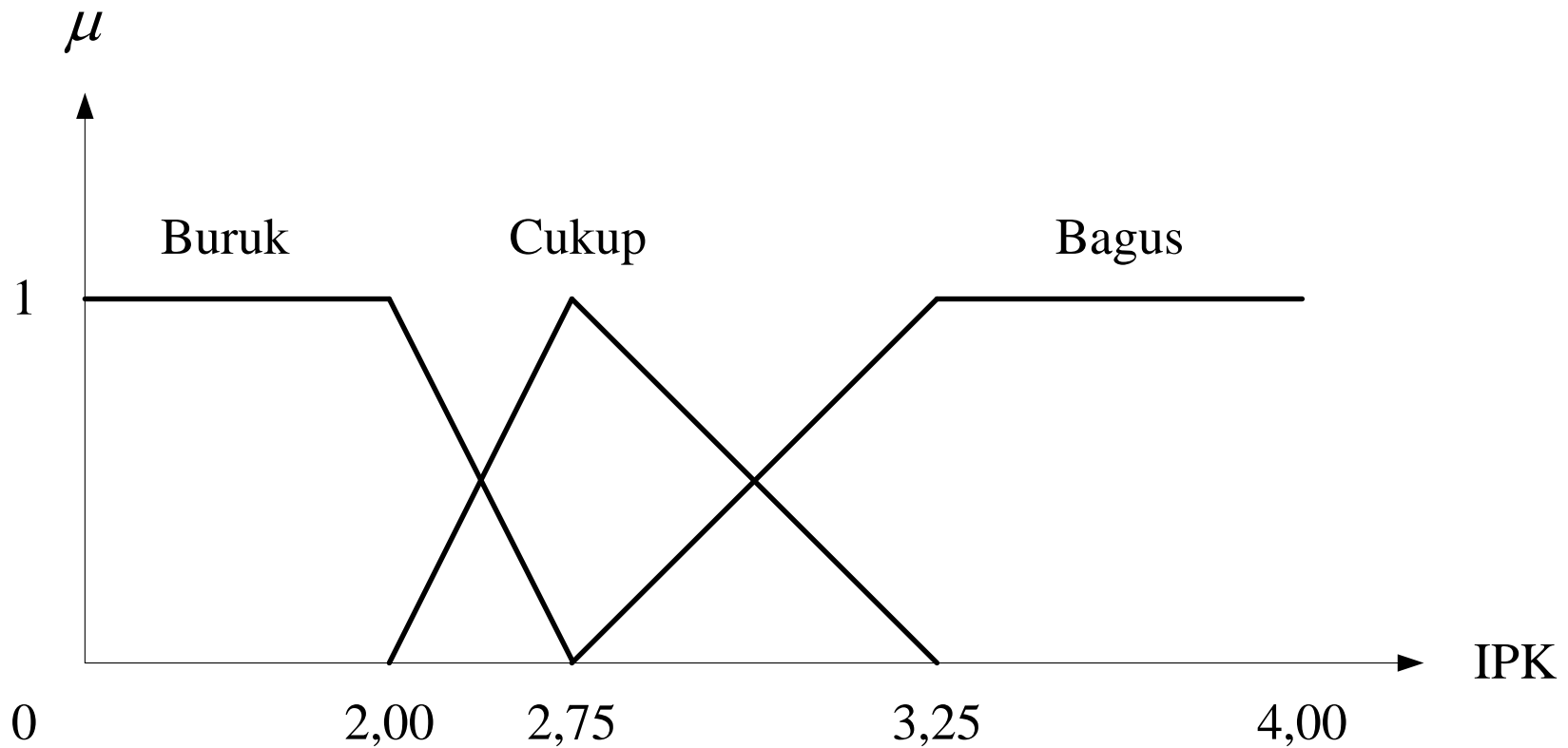
Model Inferensi

- Mamdani → *Intuitive*
- Sugeno → *Control*

Masalah: Pemberian Beasiswa

Mahasiswa	IPK	Gaji Ortu (Rp/bulan)
A	3,00	10 juta
B	2,99	1 juta

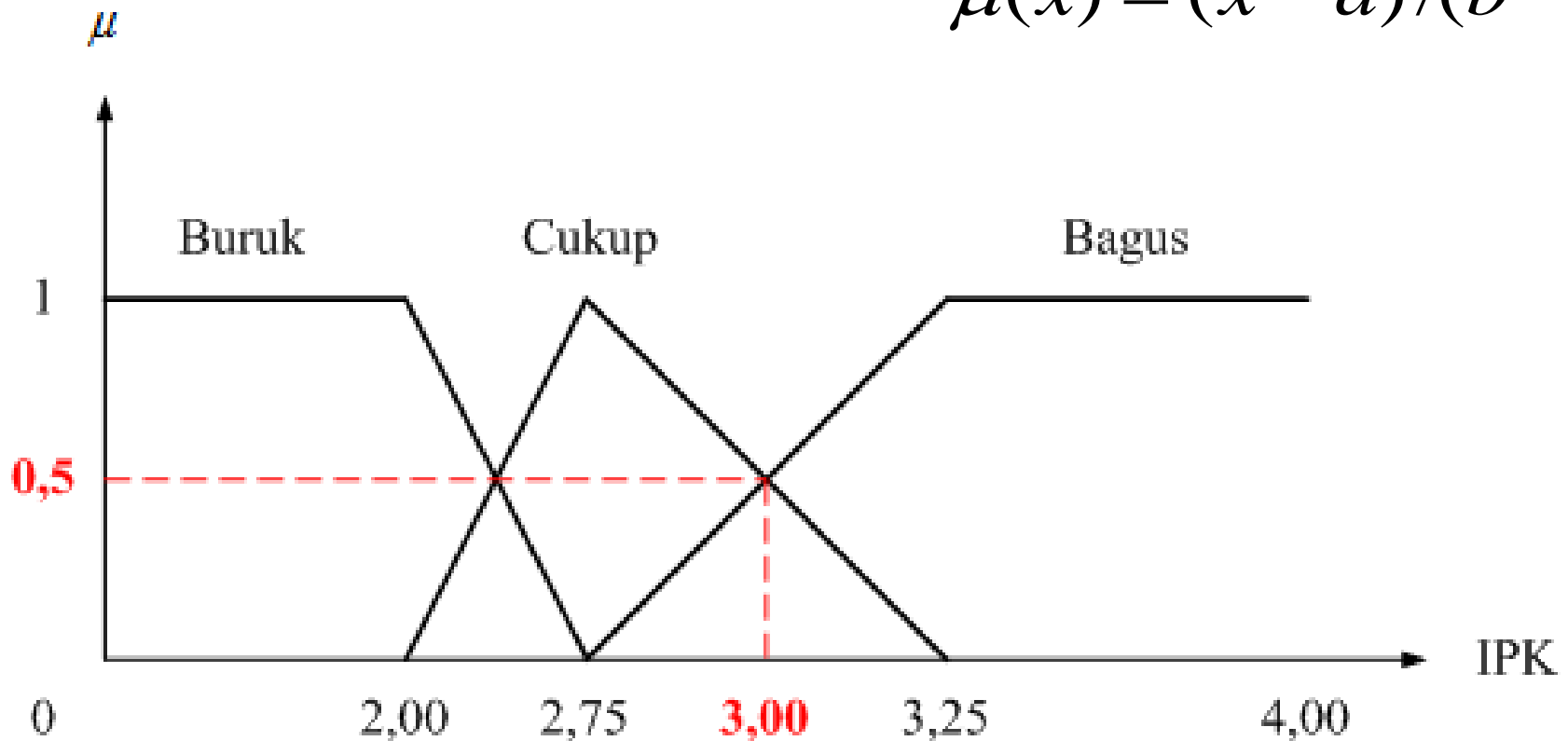
FK untuk IPK



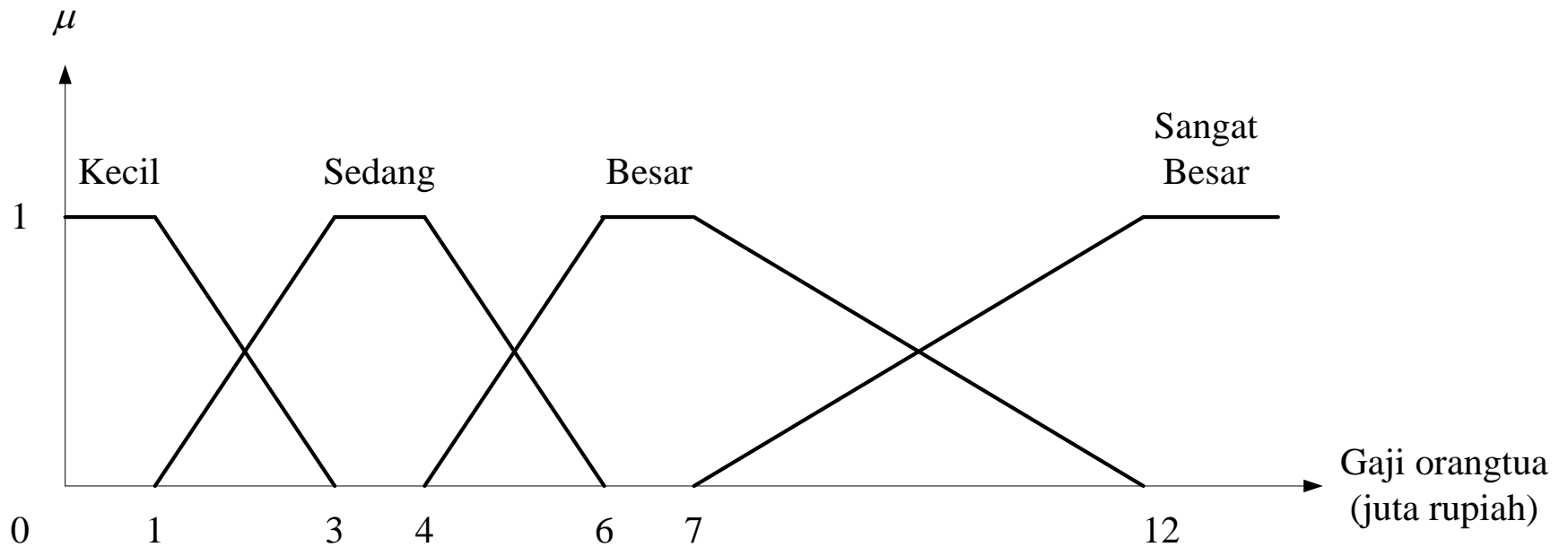
IPK mahasiswa A

$$\mu(x) = -(x - c) / (c - b)$$

$$\mu(x) = (x - a) / (b - a)$$



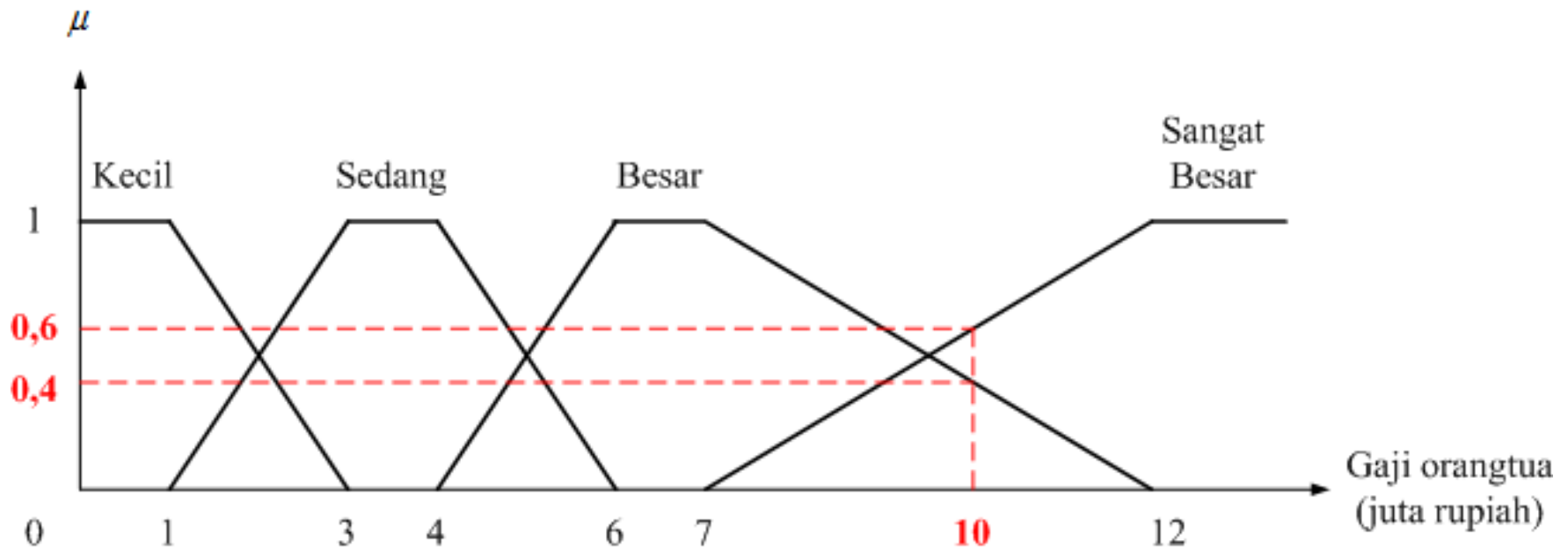
FK Gaji Orangtua



Gaji Ortu mhs A

$$\mu(x) = -(x - d) / (d - c), c < x \leq d$$

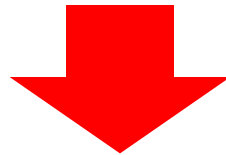
$$\mu(x) = (x - a) / (b - a), a < x < b$$



Fuzzification untuk mhs A

IPK = 3,00

Gaji Orangtua = 10 juta/bulan



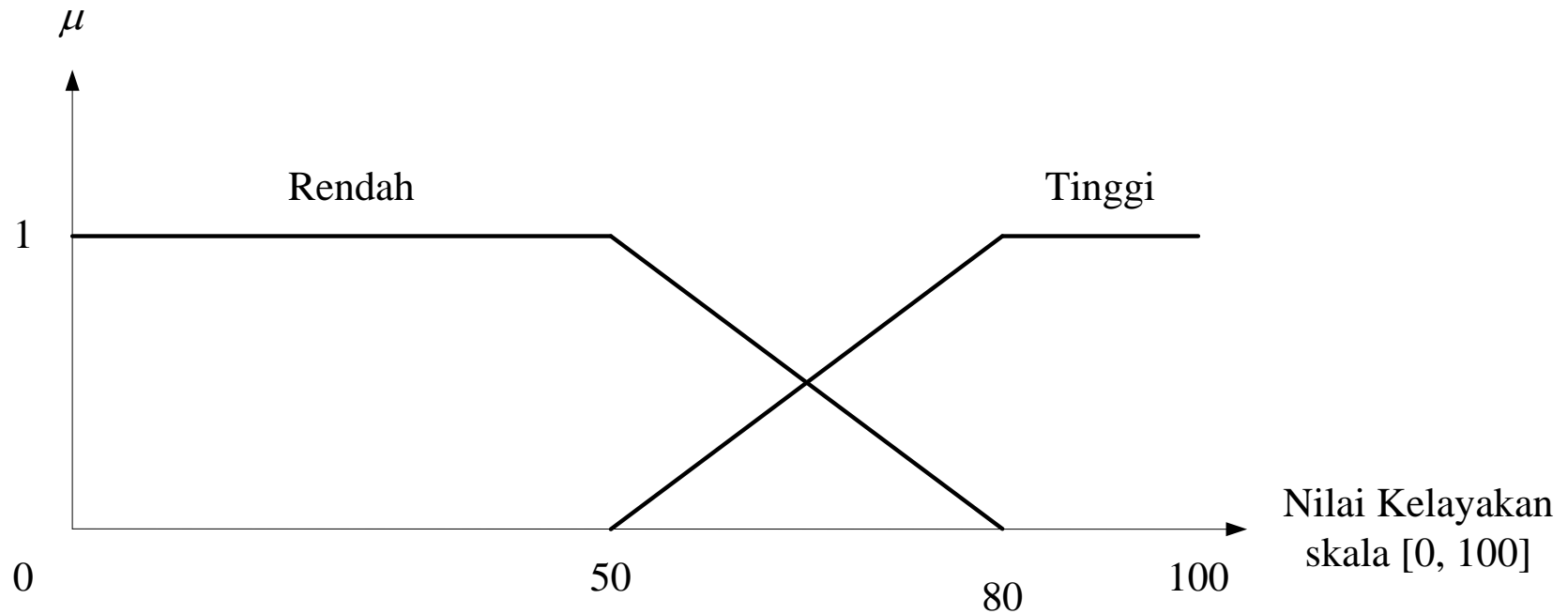
IPK = **Cukup** (0,5)

IPK = **Bagus** (0,5)

Gaji Orangtua = **Besar** (0,4)

Gaji Orangtua = **Sangat Besar** (0,6)

Fungsi Keanggotaan Nilai Kelayakan

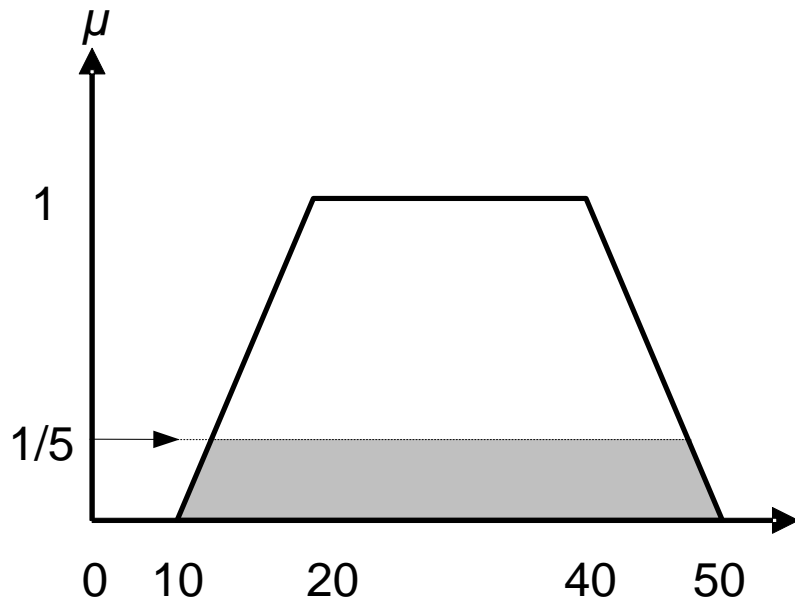


Aturan Fuzzy untuk Nilai Kelayakan

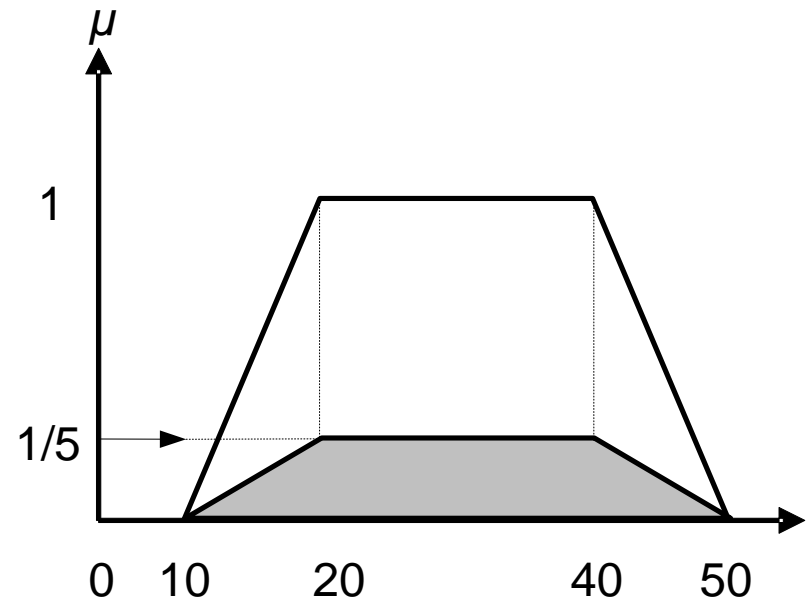
IPK \ Gaji	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

1. IF $IPK = \text{Buruk}$ AND $Gaji = \text{Kecil}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
2. IF $IPK = \text{Buruk}$ AND $Gaji = \text{Sedang}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
3. IF $IPK = \text{Buruk}$ AND $Gaji = \text{Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
4. IF $IPK = \text{Buruk}$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
5. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Kecil}$ THEN $NK = \text{Tinggi}$
6. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Sedang}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
7. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
8. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
9. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Kecil}$ THEN $NK = \text{Tinggi}$
10. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Sedang}$ THEN $NK = \text{Tinggi}$
11. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Besar}$ THEN $NK = \text{Tinggi}$
12. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$

Inferensi pada model Mamdani: *Clipping* dan *Scaling*



(a) *Clipping*



(b) *Scaling*

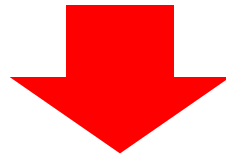
Aturan *fuzzy* yang diaplikasikan

7. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
8. IF $IPK = \text{Cukup}$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$
11. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Besar}$ THEN $NK = \text{Tinggi}$
12. IF $IPK = \text{Bagus}$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}$ THEN $NK = \text{Rendah}$

Nilai *fuzzy* untuk mhs A

IPK = 3,00

Gaji Orangtua = 10 juta/bulan



IPK = **Cukup** (0,5)

IPK = **Bagus** (0,5)

Gaji Orangtua = **Besar** (0,4)

Gaji Orangtua = **Sangat Besar** (0,6)

Conjunction (\wedge) & Disjunction (\vee)

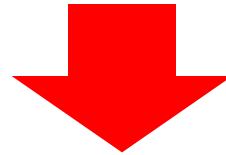
Gunakan aturan Conjunction (\wedge)

IF $IPK = \text{Cukup}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Besar}(0,4)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,4)$

IF $IPK = \text{Cukup}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}(0,6)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,5)$

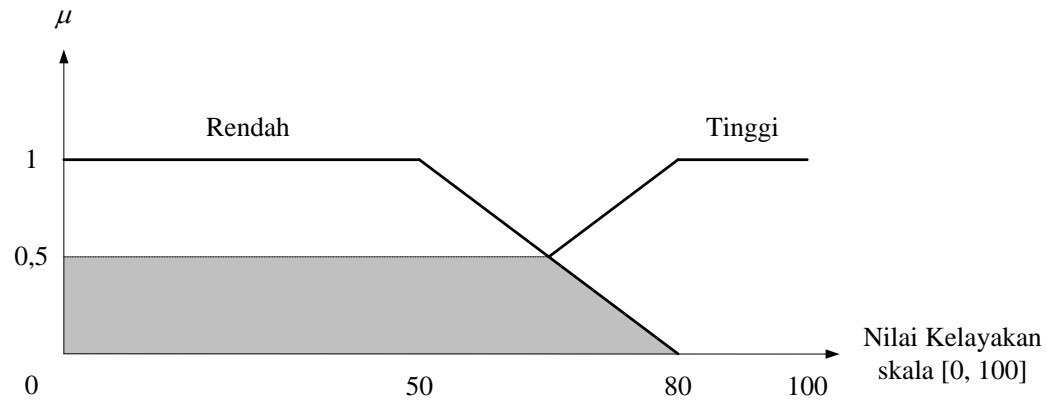
IF $IPK = \text{Bagus}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Besar}(0,4)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,4)$

IF $IPK = \text{Bagus}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}(0,6)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,5)$

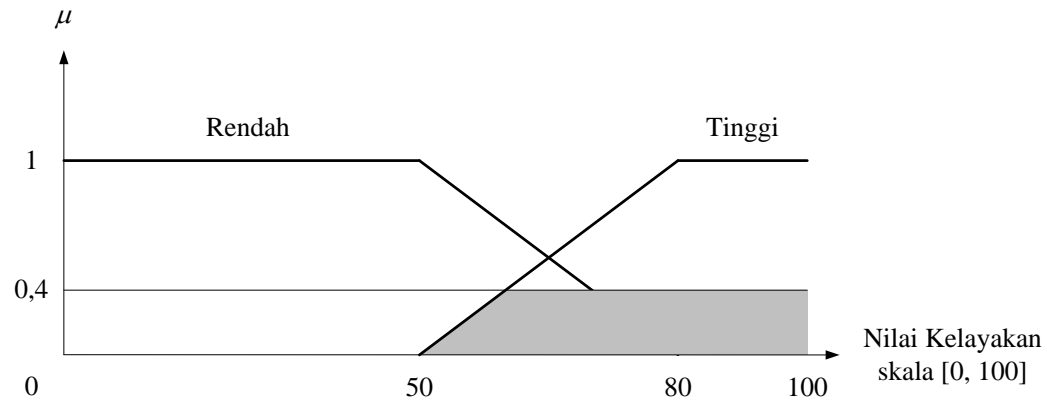


Gunakan aturan Disjunction (\vee)

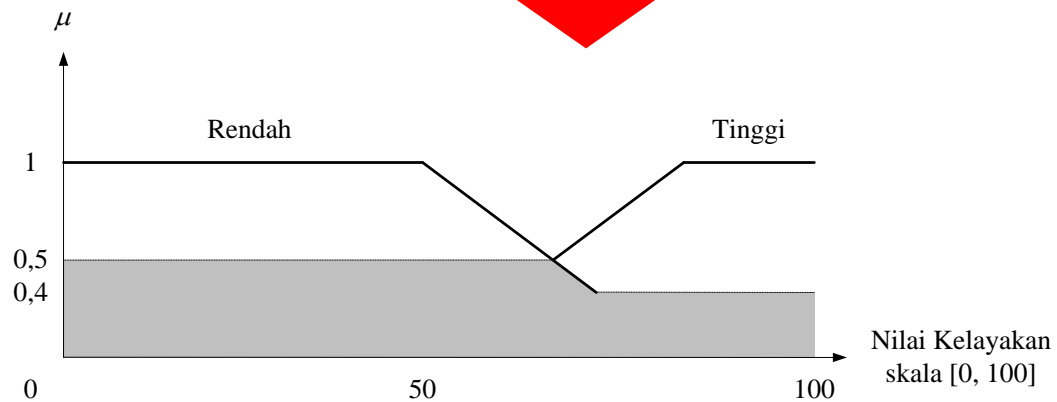
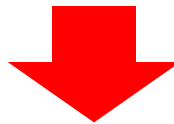
$NK = \text{Rendah}(0,5)$
 $NK = \text{Tinggi}(0,4)$

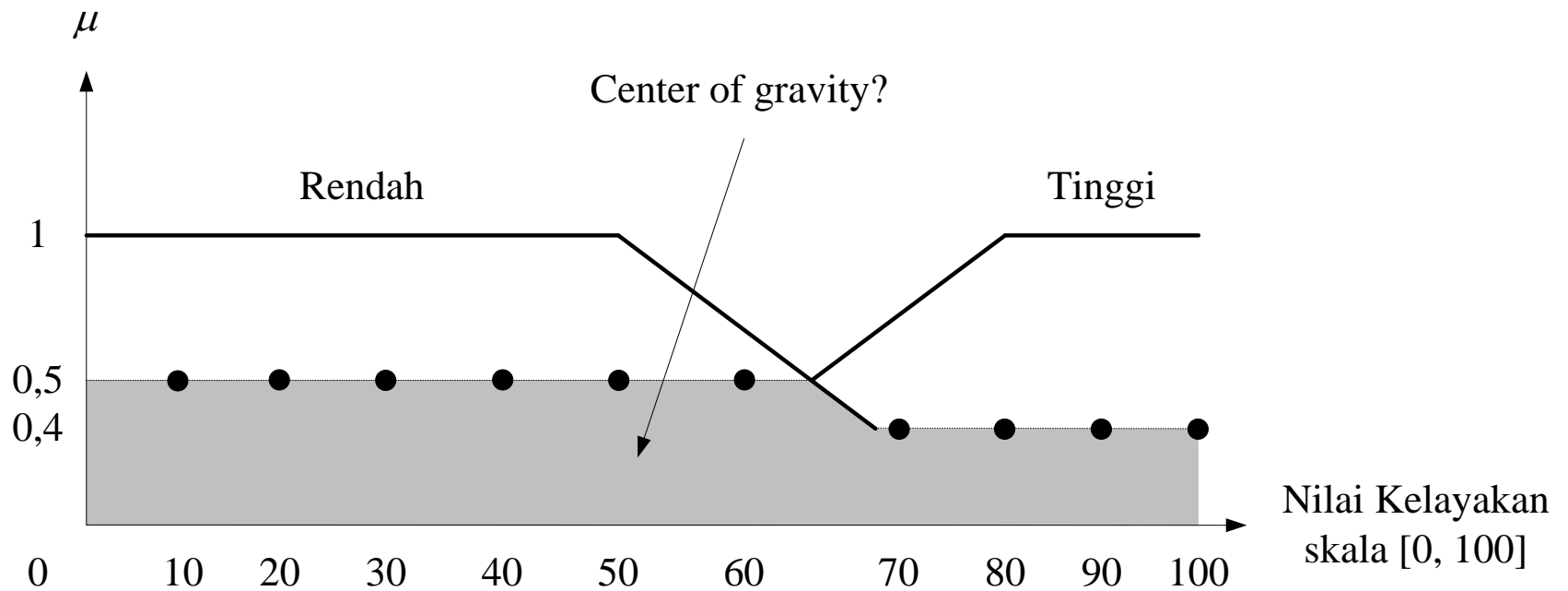


(a)



(b)

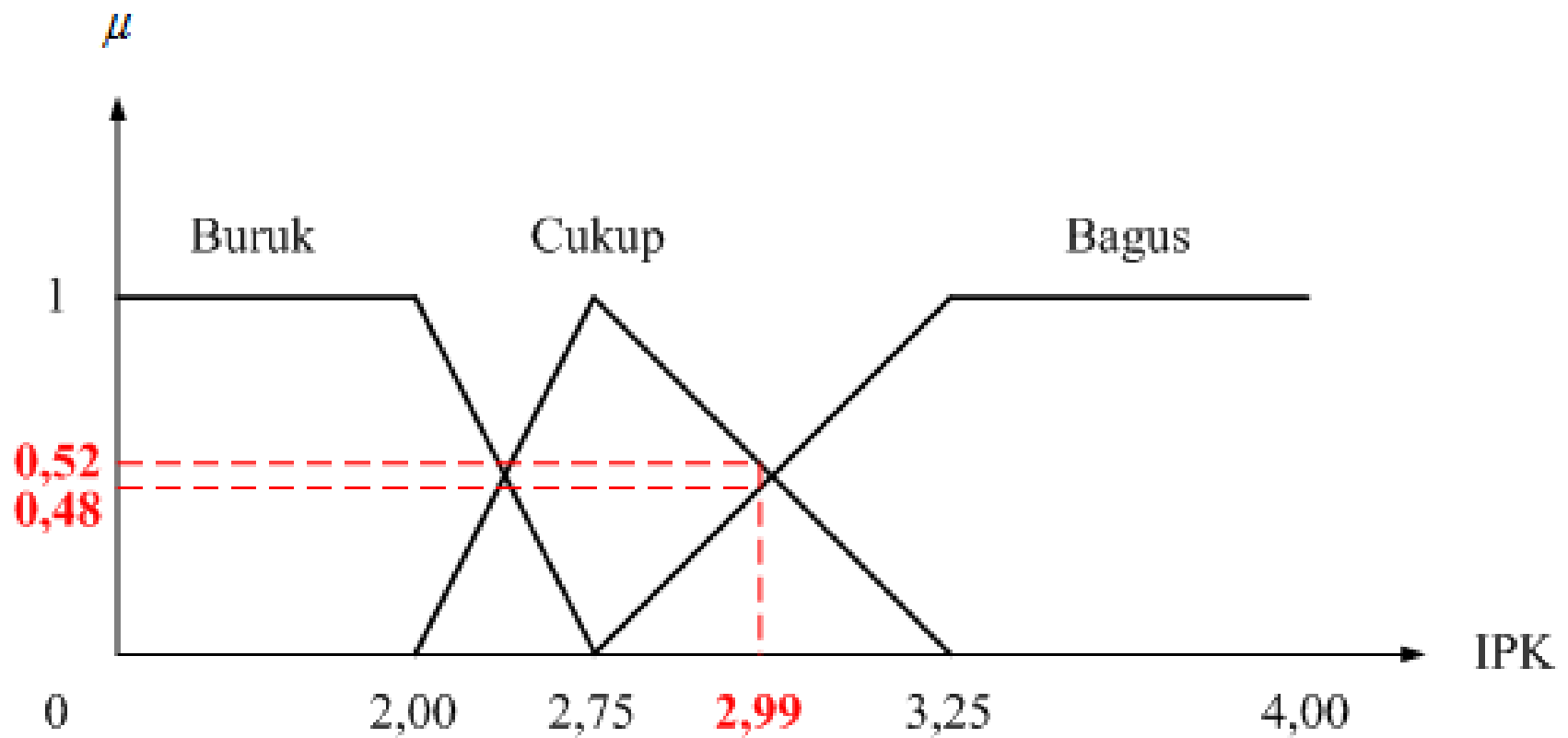




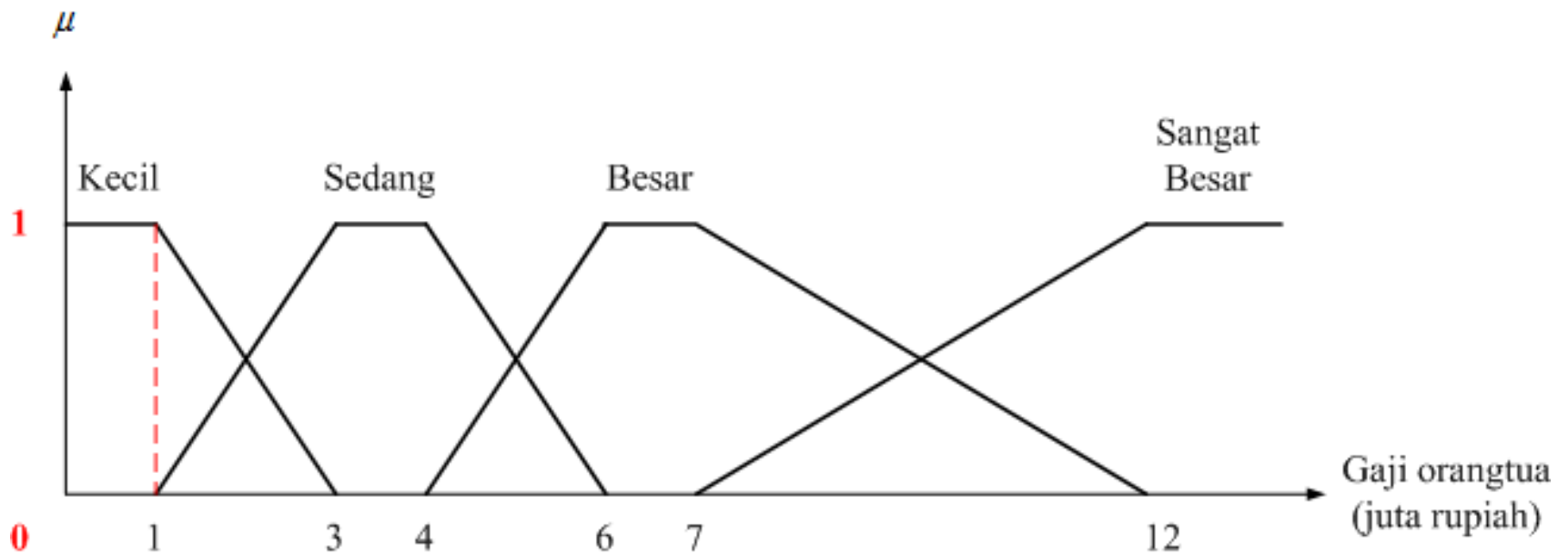
$$y^* = \frac{(10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60)0,5 + (70 + 80 + 90 + 100)0,4}{6(0,5) + 4(0,4)}$$

$$y^* = \frac{105 + 136}{4,6} = 52,39$$

IPK mahasiswa B



Gaji Orangtua mhs B



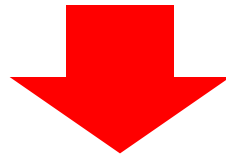
Conjunction (\wedge) & Disjunction (\vee)

IF $IPK = \text{Cukup}(0,52)$ AND $Gaji = \text{Kecil}(1)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,52)$

IF $IPK = \text{Cukup}(0,52)$ AND $Gaji = \text{Sedang}(0)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0)$

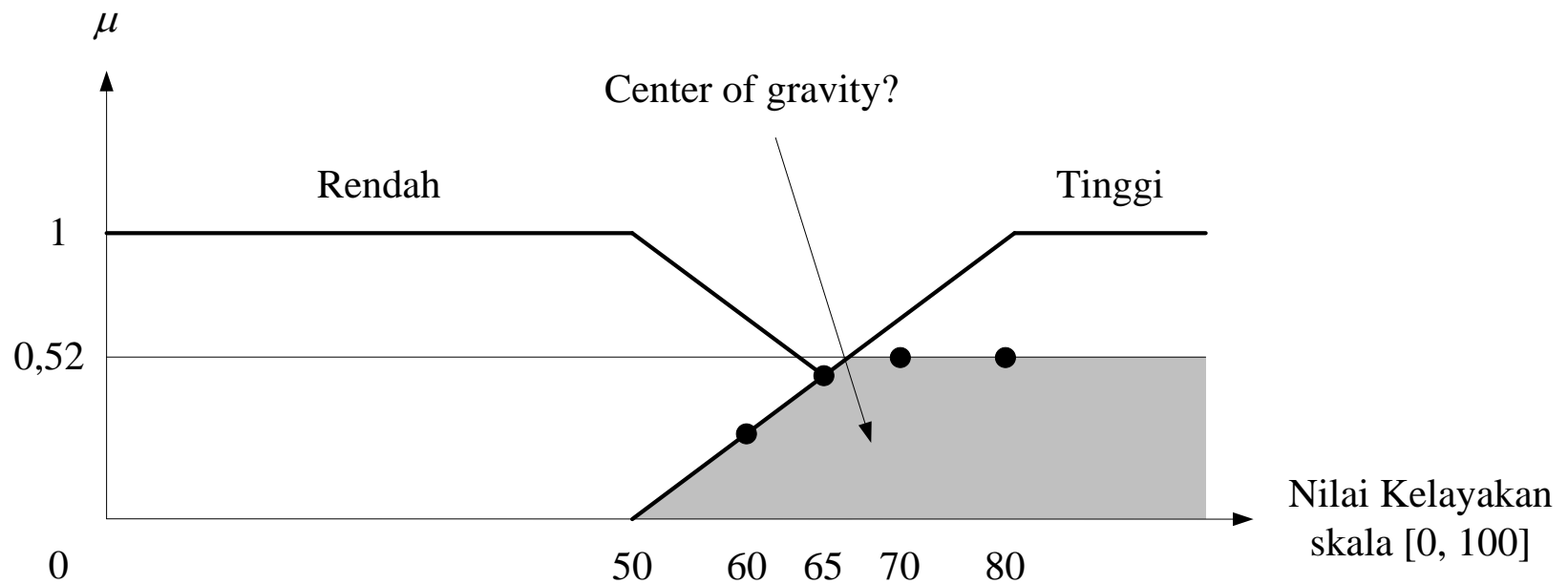
IF $IPK = \text{Besar}(0,48)$ AND $Gaji = \text{Kecil}(1)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,48)$

IF $IPK = \text{Besar}(0,48)$ AND $Gaji = \text{Sedang}(0)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0)$



$NK = \text{Rendah}(0)$

$NK = \text{Tinggi}(0,52)$



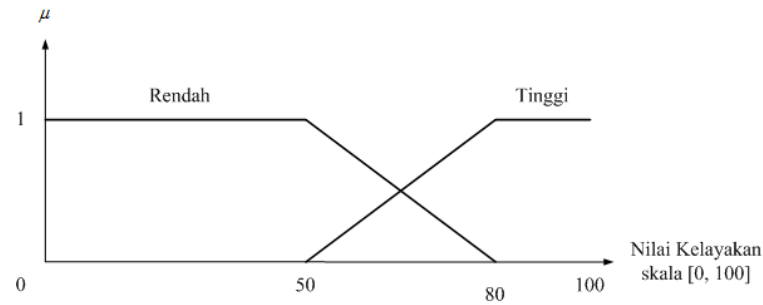
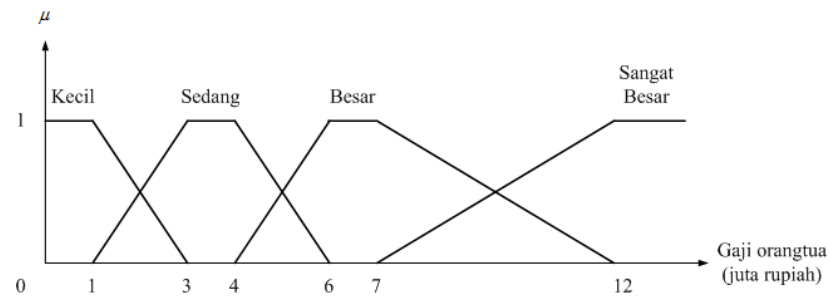
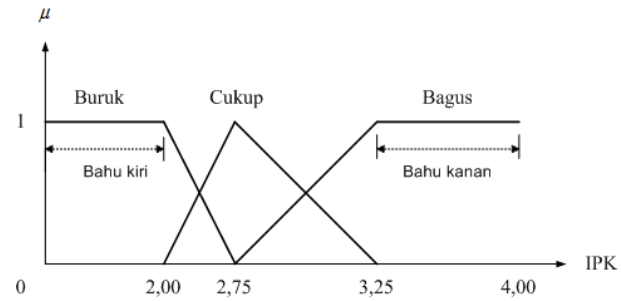
$$y^* = \frac{60(1/3) + 65(1/2) + (70 + 80)(0,52)}{(1/3) + (1/2) + (0,52)2}$$

$$y^* = \frac{20 + 32,5 + 78}{2,87334} = 69,66$$

Keputusan Model Mamdani

- Mahasiswa B dengan $IPK = 2,99$ dan Gaji orangtuanya sebesar 1 juta rupiah per bulan memperoleh Nilai Kelayakan sebesar **69,66**.
- Lebih besar dibandingkan dengan Nilai Kelayakan mahasiswa A yang sebesar **52,39**.
- Jadi, mahasiswa B layak mendapatkan beasiswa.

Model Mamdani



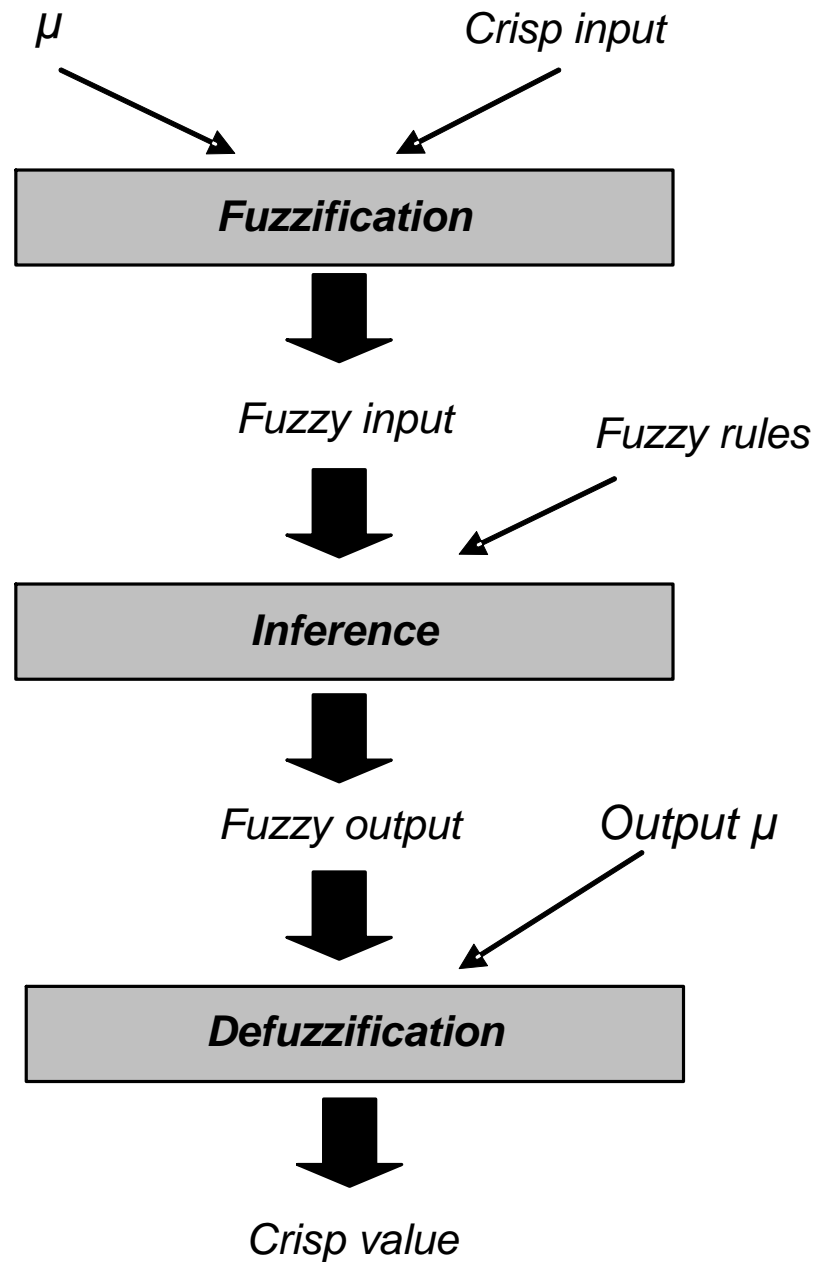
IPK \ Gaji	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

Model Sugeno

- Model ini sering digunakan untuk membangun sistem kontrol yang membutuhkan respon cepat.
- Proses perhitungannya sangat sederhana sehingga membutuhkan waktu relatif cepat sehingga sangat sesuai untuk sistem kontrol.
- Bagaimana jika digunakan untuk masalah pemberian beasiswa?

Kasus 1: Pemberian Beasiswa

Mahasiswa	IPK	Gaji Ortu (Rp/bulan)
A	3,00	10 juta
B	2,99	1 juta



Fuzzification & Rule Evaluation

- Misalkan proses *fuzzification*-nya sama persis dengan model Mamdani.
- Misalkan *Rule* yang digunakan juga sama persis dengan model Mamdani.

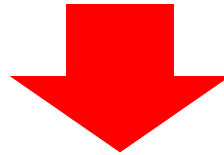
Mahasiswa A

IF $IPK = \text{Cukup}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Besar}(0,4)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,4)$

IF $IPK = \text{Cukup}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}(0,6)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,5)$

IF $IPK = \text{Bagus}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Besar}(0,4)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,4)$

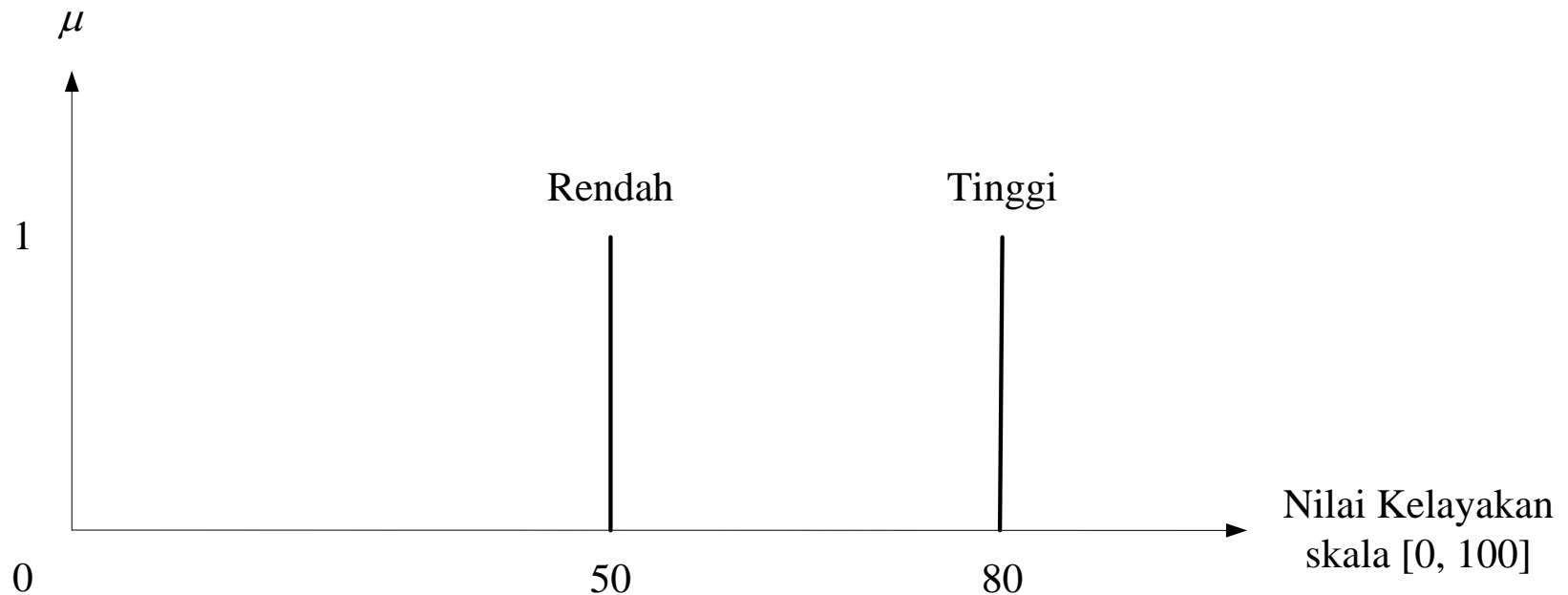
IF $IPK = \text{Bagus}(0,5)$ AND $Gaji = \text{Sangat Besar}(0,6)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0,5)$



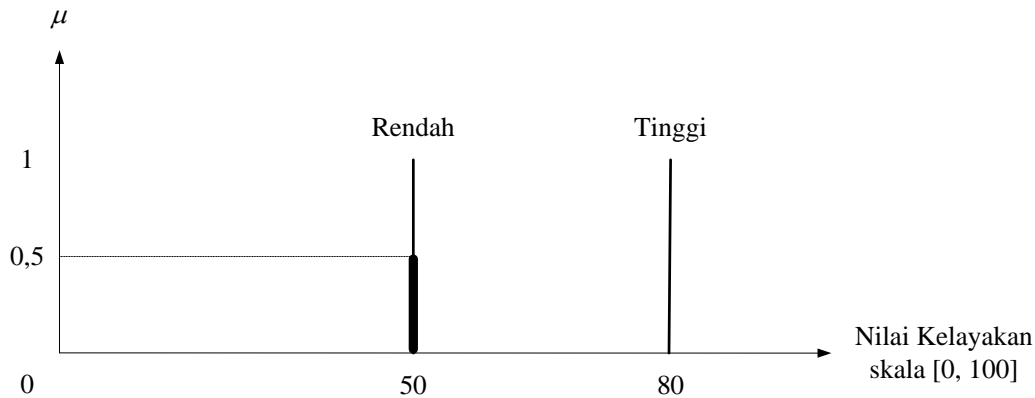
$NK = \text{Rendah}(0,5)$

$NK = \text{Tinggi}(0,4)$

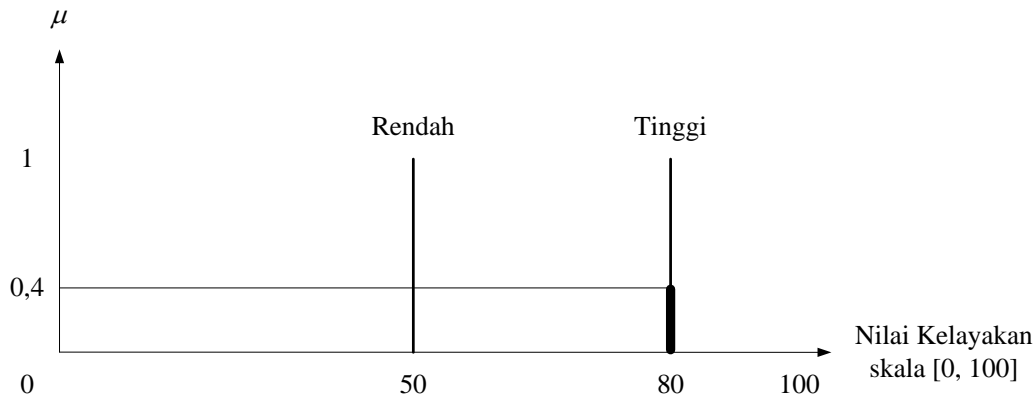
FK *singleton* untuk Nilai Kelayakan



Untuk mahasiswa A



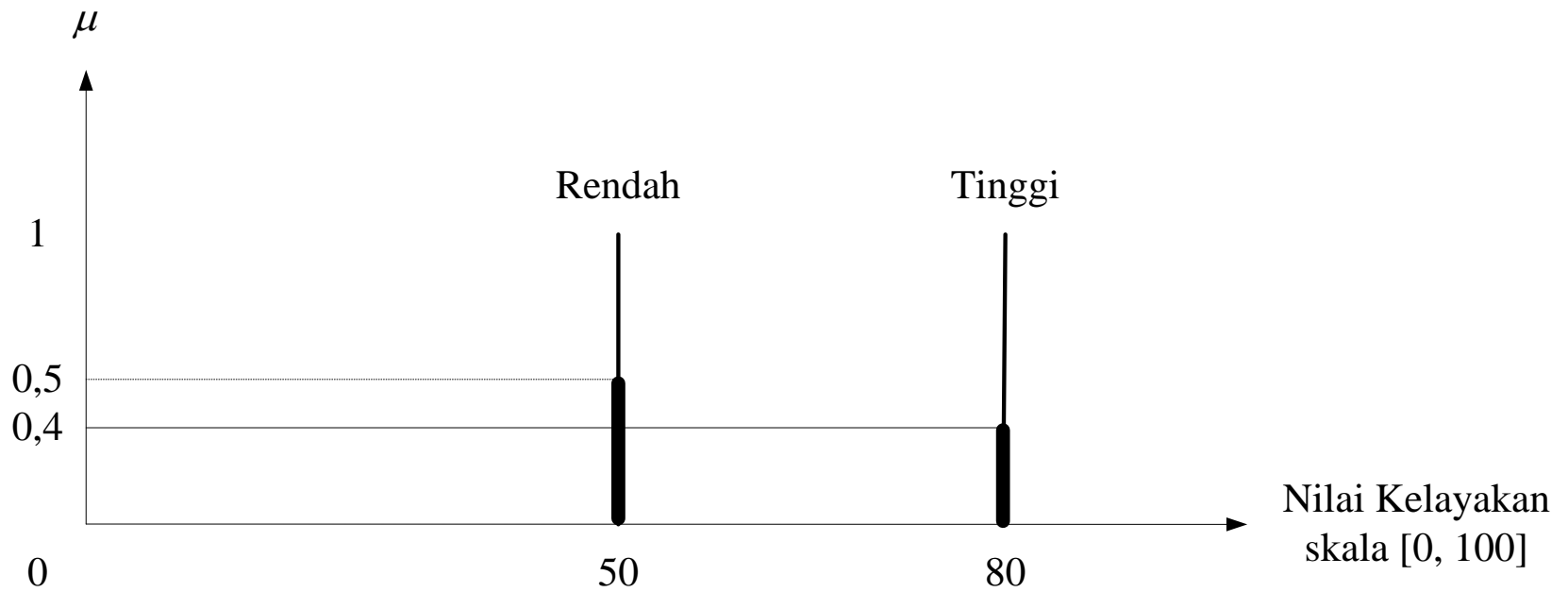
(a)



(b)

- NK = Rendah (0,5)
- NK = Tinggi (0,4)

Proses Composition



Defuzzification: Weighted Average

$$y^* = \frac{(0,5)50 + (0,4)80}{(0,5) + (0,4)} = 63,33$$

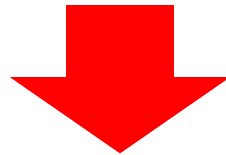
Mahasiswa B

IF $IPK = \text{Cukup}(0,52)$ AND $Gaji = \text{Kecil}(1)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,52)$

IF $IPK = \text{Cukup}(0,52)$ AND $Gaji = \text{Sedang}(0)$ THEN $NK = \text{Rendah}(0)$

IF $IPK = \text{Besar}(0,48)$ AND $Gaji = \text{Kecil}(1)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0,48)$

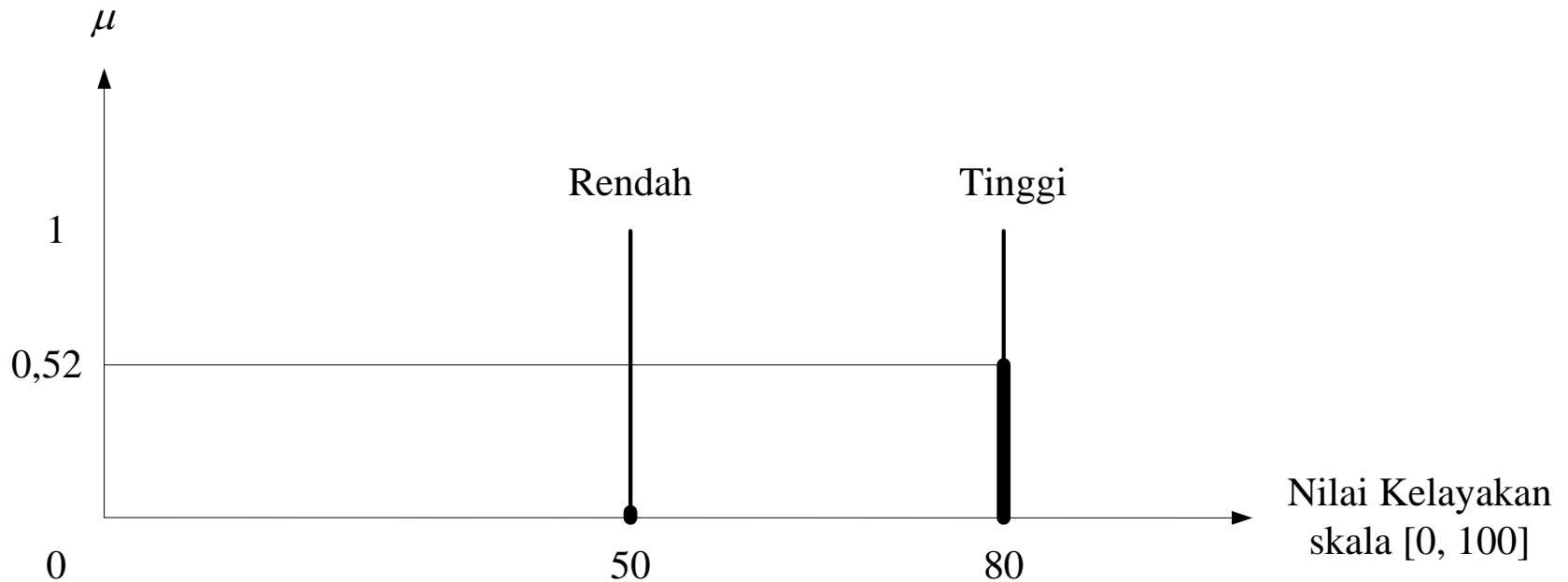
IF $IPK = \text{Besar}(0,48)$ AND $Gaji = \text{Sedang}(0)$ THEN $NK = \text{Tinggi}(0)$



<p>$NK = \text{Rendah}(0)$ $NK = \text{Tinggi}(0,52)$</p>

Untuk Mahasiswa B

- NK = Rendah (0)
- NK = Tinggi (0,52)



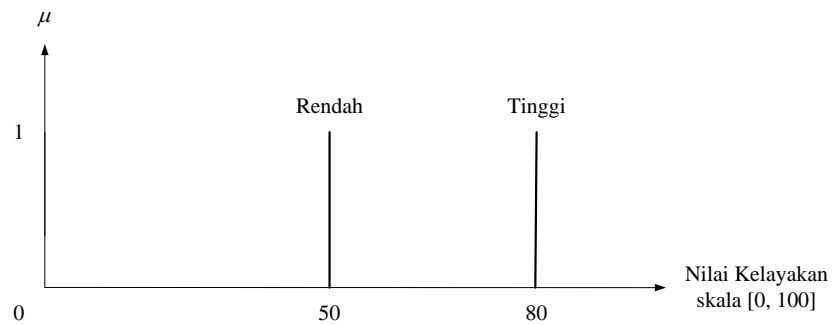
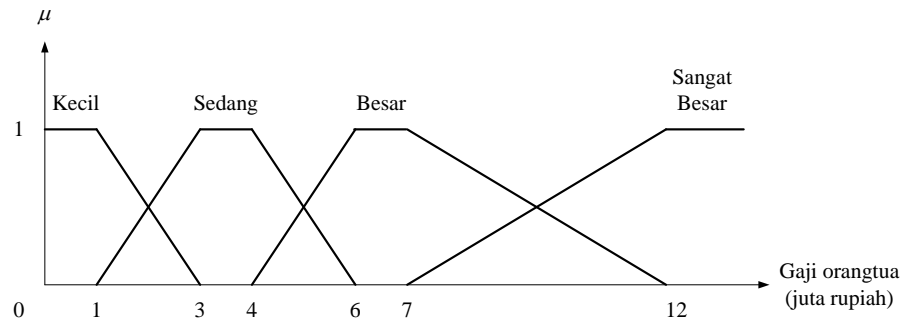
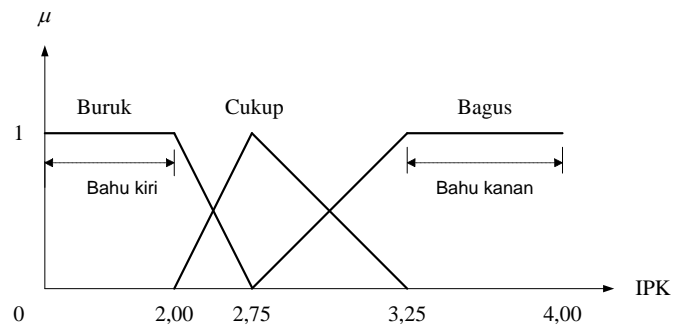
Defuzzification: Weighted Average

$$y^* = \frac{(0)50 + (0,52)80}{0 + 0,52} = 80$$

Keputusan Model Sugeno

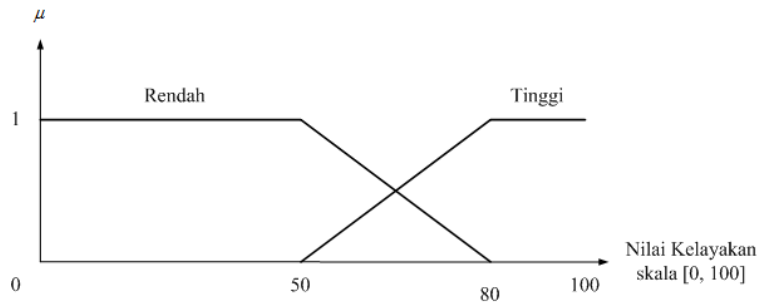
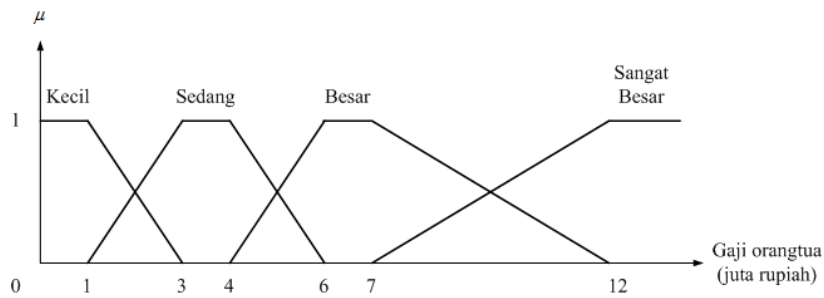
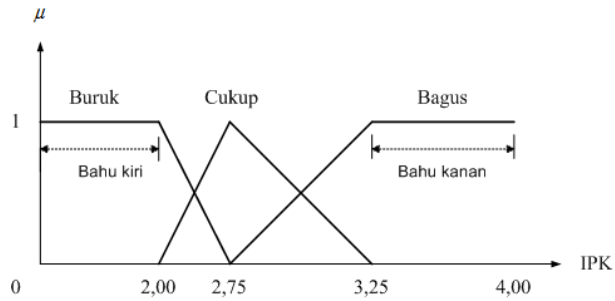
- Mahasiswa B dengan $IPK = 2,99$ dan Gaji orangtuanya sebesar Rp 1 juta per bulan memperoleh Nilai Kelayakan sebesar **80**.
- Lebih besar dibandingkan dengan Nilai Kelayakan mahasiswa A yang sebesar **63,33**.
- Jadi, mahasiswa B layak mendapatkan beasiswa.

Model Sugeno



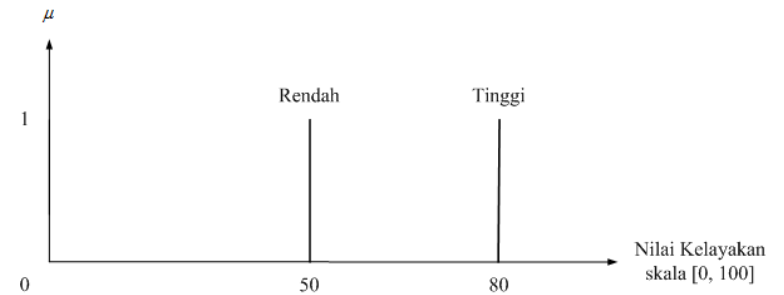
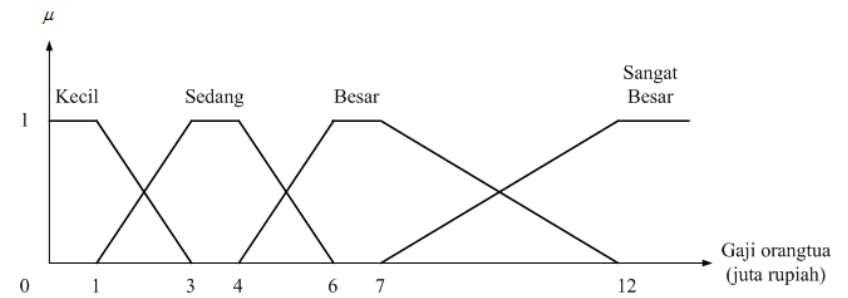
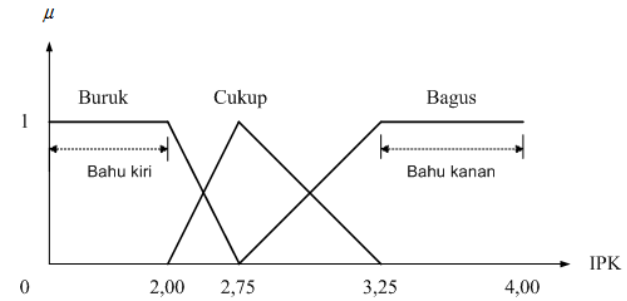
IPK \ Gaji	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

Model Mamdani



IPK \ Gaji	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

Model Sugeno



IPK \ Gaji	Kecil	Sedang	Besar	Sangat Besar
Buruk	Rendah	Rendah	Rendah	Rendah
Cukup	Tinggi	Rendah	Rendah	Rendah
Bagus	Tinggi	Tinggi	Tinggi	Rendah

Nilai Kelayakan mahasiswa A & B

Mahasiswa	Nilai Kelayakan mendapat beasiswa	
	Model Mamdani	Model Sugeno
A	52,39	63,33
B	69,66	80
Selisih A dan B	17,72	16,67

Buku Referensi

- Suyanto. 2007. **Artificial Intelligence: Searching, Reasoning, Planning and Learning**. Informatika, Bandung. ISBN: 979-1153-05-1.
- Russel, Stuart and Norvig, Peter. 1995. **Artificial Intelligence: A Modern Approach**. Prentice Hall International, Inc.
- Mitchell M. Tom. 1997. **Machine Learning**. McGraw-Hill International Editions. Printed in Singapore.
- Ray Kurzweil, 1999, “The age of Spiritual Machines: When Computers Exceed Human Intelligence”. Viking Penguin, a division of Penguin Putnam Inc., United Kingdom
- Wolfgang Ertel, 2011, **Introduction to Artificial Intelligence**, Springer