



FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS DIAN NUSWANTORO SEMARANG
 Jl. Nakula I No. 5-11, Telp. 024-70793733 Semarang 50131

UJIAN TENGAH SEMESTER GANJIL TAHUN 2016/2017
LEMBAR SOAL

Mata Kuliah	: Matematika Teknik 1	Sifat	: Buka Buku (ebook)
Hari/Tanggal	: Kamis, 3 November 2016	Waktu	: 90 Menit (13.00-14.30 WIB)
Kelompok	: E11.3.1 dan E11.32	Dosen	: Mohamad Sidiq, S.Si, M.Kom

Kerjakan soal berikut pada lembar jawab yang telah disediakan oleh pengawas ujian.

Penilaian dilakukan berdasarkan langkah-langkah urutan penyelesaian sampai didapatkan hasil akhir.

1. SOAL PERTAMA (NILAI 20)

a. Sederhanakan bilangan kompleks berikut: $\frac{1+2i}{3-4i} + \frac{2-i}{5i}$

Jawab:

$$\frac{1+2i}{3-4i} + \frac{2-i}{5i} = \frac{(1+2i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)} + \frac{(2-i)(-5i)}{(5i)(-5i)} = \frac{-5+10i}{25} + \frac{-5-10i}{25} = -\frac{2}{5}$$

b. Tentukan nilai dari $\lim_{n \rightarrow -i} \frac{z+i}{z^2+1}$

Jawab:

$$\lim_{n \rightarrow -i} \frac{z+i}{z^2+1} = \lim_{n \rightarrow -i} \frac{(z+i)}{(z+i)(z-i)} = \lim_{n \rightarrow -i} \frac{1}{z-i} = \frac{1}{-i-i} = \frac{1}{-2i} = \frac{1}{-2i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{-2i^2} = \frac{1}{2}i$$

2. SOAL KEDUA (NILAI 25)

Tentukan nilai $f'(z)$ dari fungsi kompleks berikut: $f(z) = x^2 + iy^2$

Jawab:

$u = x^2$ dan $v = y^2$, maka $u_x = v_x \rightarrow 2x = 2y \rightarrow y = x$ dan $u_y = -v_x \rightarrow 0 = 0$.

Sehingga $f'(x)$ hanya ada saat $y = x$, dan dapat ditemukan:

$$f'(x+ix) = u_x(x,x) + iv_x(x,x) = 2x + i0 = 2x.$$

3. SOAL KETIGA (NILAI 25)

Hitung integral dari $\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{i2t} dt$

Jawab:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{i2t} dt = \left[\frac{e^{i2t}}{2i} \right]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2i} \left[\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} - 1 \right] = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$$

4. SOAL KEEMPAT (NILAI 30)

Diketahui fungsi $f(z)$ didefinisikan melalui persamaan:

$$f(z) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } y < 0 \\ 4y, & \text{untuk } y > 0 \end{cases}$$

dan C adalah lintasan busur dari $z = -1 - i$ ke $z = 1 + i$ pada kurva $y = x^3$.

Hitung $\int_C f(z) dz$.

Jawab:

Bagian C adalah jumlah dari jalur:

$C_1: z = x + ix^3$ ($-1 \leq x \leq 0$) dan $C_2: z = x + ix^3$ ($0 \leq x \leq 1$).

Menggunakan, $f(z) = 1$ pada C_1 dan $f(z) = 4y = 4x^3$ pada C_2

Maka,

$$\begin{aligned} \int_C f(z) dz &= \int_{C_1} f(z) dz + \int_{C_2} f(z) dz = \int_{-1}^0 1(1 + i3x^2) dx + \int_0^1 4x^3(1 + i3x^2) dx \\ &= \int_{-1}^0 dx + 3i \int_{-1}^0 x^2 dx + 4 \int_0^1 x^3 dx + 12i \int_0^1 x^5 dx \\ &= [x]_{-1}^0 + i[x^3]_{-1}^0 + [x^4]_0^1 + 2i[x^6]_0^1 = 1 + i + 1 + 2i = 2 + 3i. \end{aligned}$$