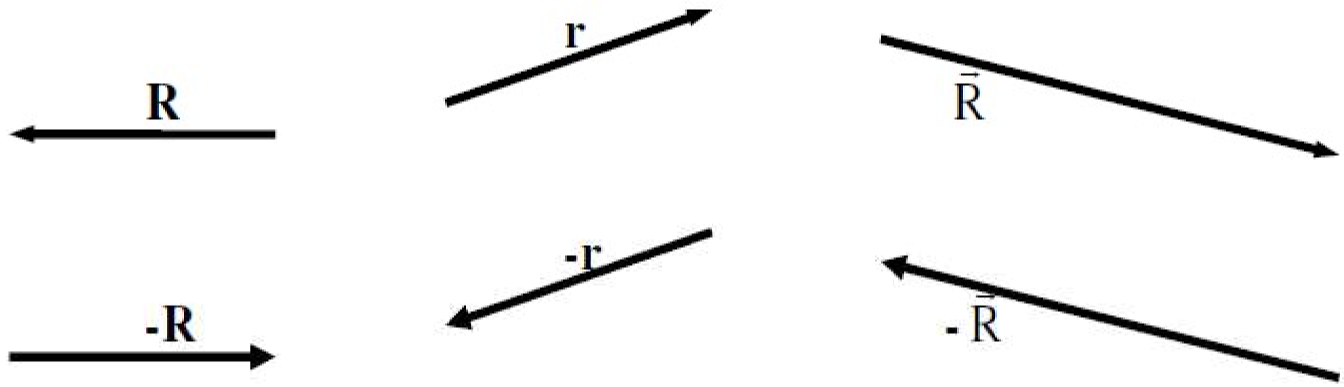
VEKTOR

PENGGAMBARAN VEKTOR

- Vektor digambarkan dengan suatu anak panah
- Panjang anak panah menunjukkan besar vektor
- Arah anak panah menunjukkan arah vektor



NOTASI VEKTOR

- Vektor sebagai bilangan pasangan dapat dituliskan sebagai :

  u = (a,b)

  a = komponen mendatar

  b = komponen vertikal

  $$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- Vektor sebagai kombinasi vektor satuan i dan j

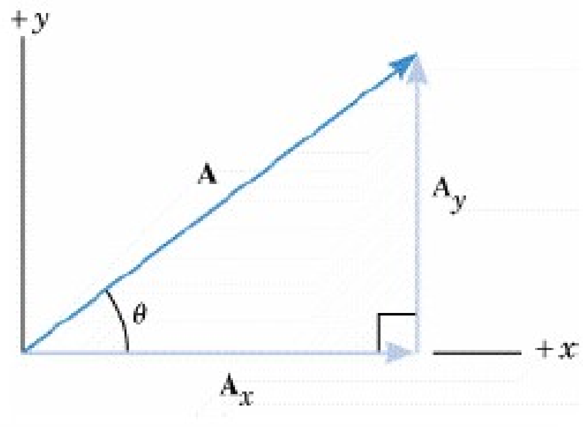
  u = a**i**+b**j**

PANJANG VEKTOR

- Rumus untuk mencari panjang vektor adalah

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

KOMPONEN VEKTOR



Vektor **A** dengan komponen vektor A_x dan A_y yang saling tegaklurus.

Komponen skalarnya:

$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

KESAMAAN DUA VEKTOR

- Dua buah vektor dikatakan sama apabila keduanya memiliki panjang dan arah yang sama
- Misalkan u = (a,b) dan v = (c,d)
- Apabila vektor u sama dengan vektor v maka :

  $|u| = |v|$

  arah u = arah v

  a=c dan b=d

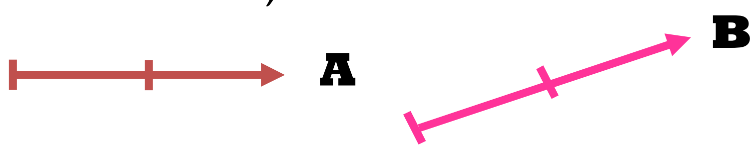
KESAMAAN DUA VEKTOR

a. Dua vektor sama jika arah dan besarnya sama

A = B

b. Dua vektor dikatakan tidak sama jika:

1. Besar sama, arah berbeda



A ≠ B

2. Besar tidak sama, arah sama

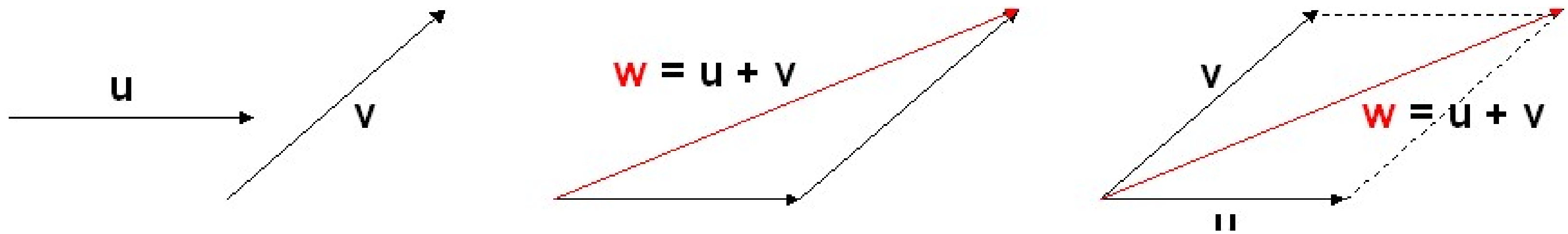
A ≠ B

3. Besar dan arahnya berbeda

A ≠ B

PENJUMLAHAN VEKTOR

- Penjumlahan vektor dapat dilakukan dengan dua buah cara yaitu menurut aturan segitiga dan jajar genjang



- Jika diketahui :

$$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad dan \quad v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

maka :

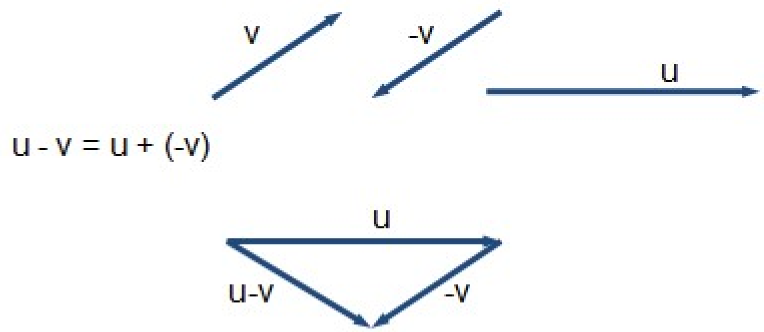
$$u + v = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$$

- Panjang u+v dapat dihitung :

$$|u + v| = \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$$

PENGURANGAN VEKTOR

- Selisih dua vektor u dan v ditulis u – v didefinisikan sebagai u + (-v)



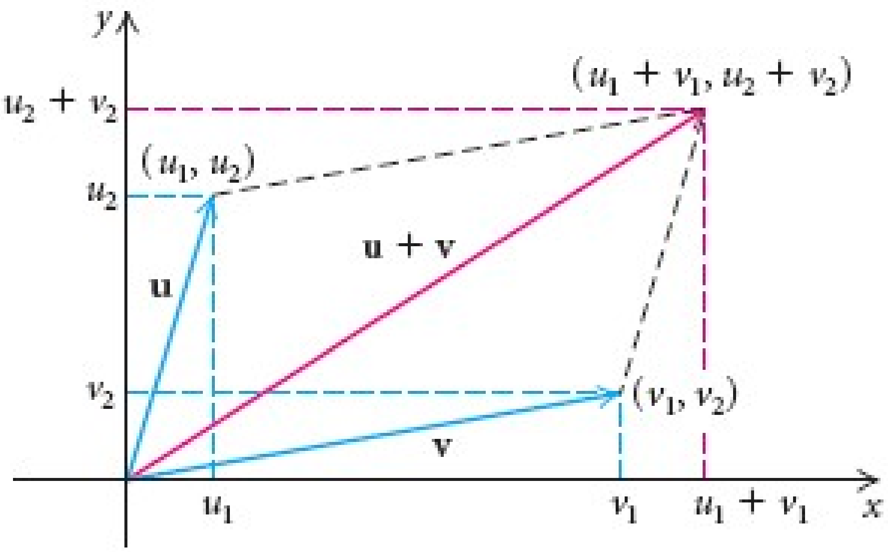
- Jika diketahui : maka :

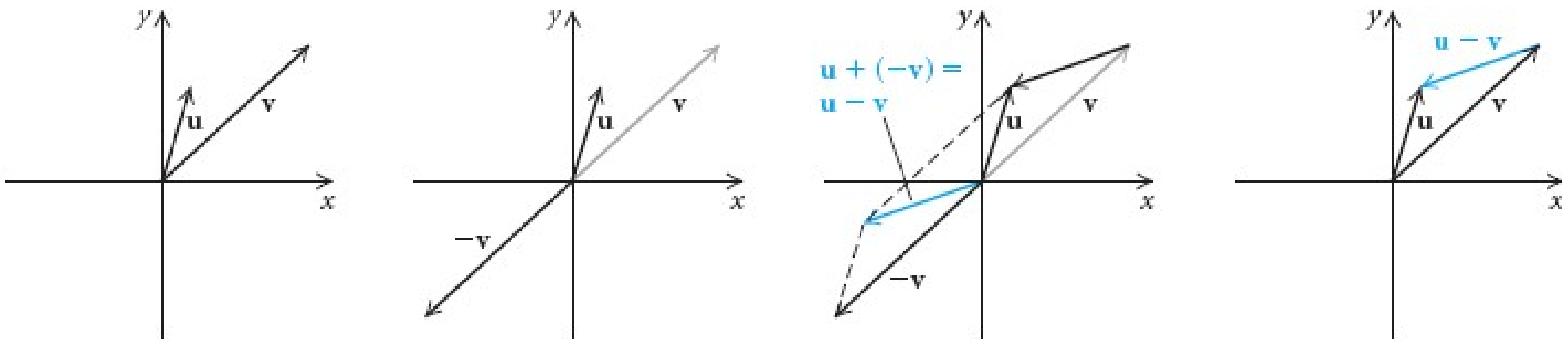
$$u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad dan \quad v = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$$

$$u - v = u + (-v) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c \\ -d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-c \\ b-d \end{pmatrix}$$

- Panjang u-v dapat dihitung : $|u - v| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

JUMLAH DAN KURANG





SIFAT OPERASI VEKTOR

- Apabila terdapat dua buah vektor yaitu vektor ***a*** dan vektor ***b*** maka berlaku sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan vektor seperti :

  $a + b = b + a$ (bersifat komutatif)

  $(a+b)+c = a + (b + c)$ (bersifat asosiatif)

  $1\,a = a$

  $0 + a = a$ (0 merupakan vektor nol)

  $a - a = 0$

  $a - b = a + (-b)$

PERKALIAN VEKTOR

1. Perkalian Skalar dengan Vektor
2. Perkalian vektor dengan Vektor
   a. Perkalian Titik (*Dot Product*)
   b. Perkalian Silang (*Cross Product*)

PERKALIAN SKALAR DGN VEKTOR

Perkalian Skalar dengan Vektor menghasilkan sebuah Vektor

$$\boldsymbol{v} = \mathbf{k}\,\boldsymbol{u}$$

k : Skalar

u : Vektor

Vektor *v* merupakan hasil perkalian antara skalar **k** dengan vektor ***u***

- Jika k positif (k>0) arah *v* searah dengan ***u***
- Jika k negatif (k<0) arah *v* berlawanan dengan ***u***

Contoh :

k = 3, ***u*** → $v = 3u$

k = -3, ***u*** → $v = -3u$

PERKALIAN SKALAR DGN VEKTOR

$$Jika\ \ u = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\ \ dan\ \ k \in \{bilangan\ \ real\},$$

$$maka\ :\ ku = k\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$$

Contoh Soal :

Diketahui : $u = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Hitunglah : ***3u***

Jawab : $3u = 3\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix}$

LATIHAN SOAL 2

Diketahui **:**

$$u = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Hitunglah **:**

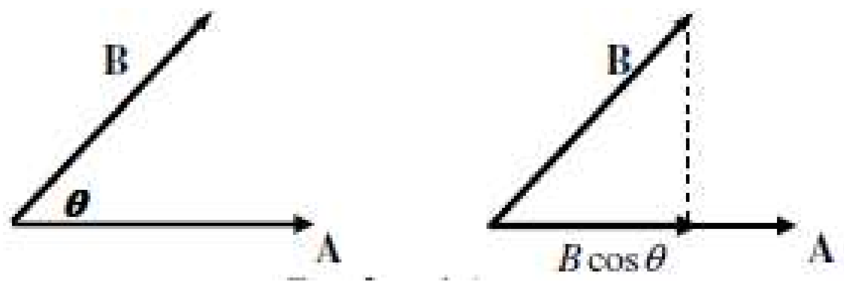
1. $-3u$
2. $6v$
3. $4u + 3v$
4. $7u - 2v$

SIFAT OPERASI VEKTOR

- Diketahui k dan p merupakan bilangan skalar .
  - Jika $k = 0$ maka $k\underline{u} = 0$
  - $k(p\,\underline{u}) = (kp)\underline{u} = \underline{u}(kp)$
  - $(k+p)\underline{u} = k\underline{u}+p\underline{u}$ (bersifat distributif)
  - $k(\underline{u}+\underline{v}) = k\underline{u}+k\underline{v}$ (bersifat distributif)
  - $\underline{u} + (-1)\ \underline{v} = \underline{u} - \underline{v}$

DOT PRODUCT

- Perkalian dot atau titik disebut juga perkalian skalar (*scalar product*). Hal itu dikarenakan perkalian tersebut akan menghasilkan skalar meskipun kedua pengalinya merupakan vektor.
- Perkalian skalar dari dua vektor A dan B dinyatakan dengan A•B, karena notasi ini maka perkalian tersebut dinamakan juga sebagai perkalian titik (*dot product*).



DOT PRODUCT

- Perkalian dot product :
  $A \bullet B = |A|\,|B| \cos \theta$
- Dalam bentuk komponen vektor, bila $A = [a_1,a_2,a_3]$ dan $B = [b_1,b_2,b_3]$, maka :
  $A \bullet B = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

- Diketahui :
  $A = [1,2,3]$
  $B = [4,5,6]$
  $A \bullet B = (1x4) + (2x5)+(3x6) = 4 + 10 + 18 = 32$

DOT PRODUCT

- Perkalian dot product :
  $A \bullet B = |A|\,|B| \cos\theta$
- Diketahui :
  $|A| = 5$
  $|B| = 4$
  $\theta = 30^\circ$
  $A \bullet B = 5*4 \cos 30 = 20\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 10\sqrt{3}$

CROSS PRODUCT

- Perkalian silang (cross product) disebut juga sebagai perkalian vektor (vektor product), karena perkalian ini akan menghasilkan vektor lain.
- Perkalian vektor antara A dan B dinyatakan dengan A x B.

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \det \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{i}a_2b_3 + \mathbf{j}a_3b_1 + \mathbf{k}a_1b_2 - \mathbf{i}a_3b_2 - \mathbf{j}a_1b_3 - \mathbf{k}a_2b_1.$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}\mathbf{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}\mathbf{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\mathbf{k}$$

CROSS PRODUCT

- Diketahui :

  A = [1,2,3]

  B = [4,5,6]

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

AxB = 12i+12j+5k-8k-15i-6j = -3i+6j-3k

AxB = [-3 6 -3]

CROSS PRODUCT

- Diketahui :

  A = [3,5,1]

  B = [2,-3,1]
- Ditanya :
  1. A • B
  2. B • A
  3. A x B
  4. B x A