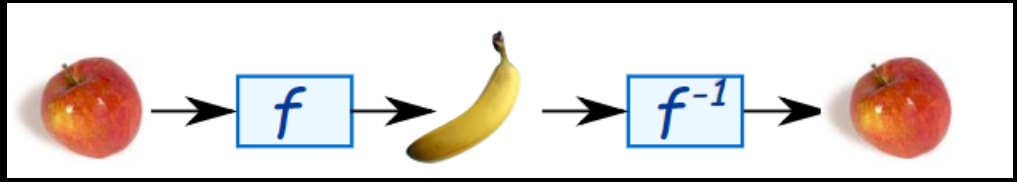
Fungsi inverse

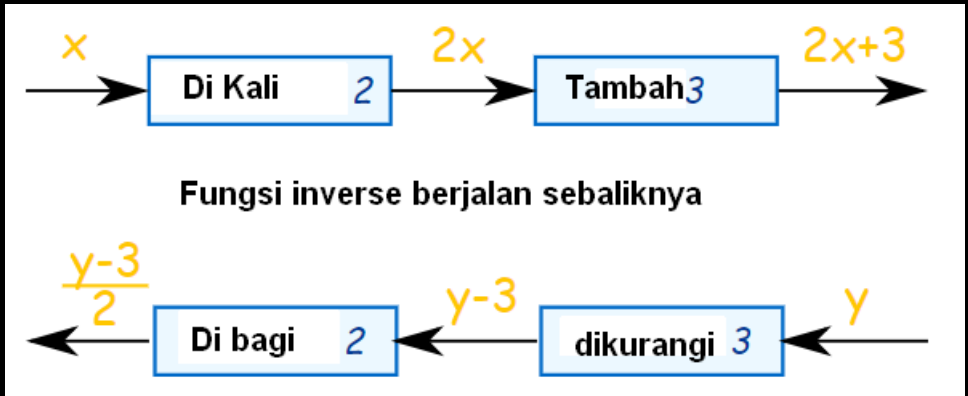
Matematika Teknik 1

Fungsi Inverse

- Fungsi inverse = fungsi balik



Jika terdapat sebuah fungsi **f(x) = 2x+3**, maka dapat dituliskan dalam bentuk diagram alir seperti berikut ini:



$f^{-1}(y)$ F inverse dari y

Jadi inverse dari $2x+3$ adalah $(y-3)/2$

Inverse dari fungsi $f(x) = 2x+3$ adalah $f^{-1}(y) = (y-3)/2$

Contoh fungsi inverse

Inverse dari fungsi $f(x) = 2x+3$ adalah $f^{-1}(y) = (y-3)/2$

Contoh : Jika fungsi diatas dengan nilai x=4 maka

$$f(4) = 2\times4+3 = 11$$

Selanjutnya kita bisa menggunkan hasil inverse dari fungsi tersebut

$$f^{-1}(y) = (y-3)/2$$

$$f^{-1}(11) = (11-3)/2 = 4$$

$$f^{-1}(\ f(4)\ ) = 4$$

"Inverse dari f pada saat x=4 adalah 4"

Kesimpulan

Berdasarkan contoh , maka dapat disimpulkan :

$f^{-1}(\ f(x)\ ) = x$

$f(\ f^{-1}(x)\ ) = x$

$f(x) = 2x+3$

Dengan x=4

$f(4) = 2\times4+3 = 11$

inverse

$f^{-1}(y) = (y-3)/2$

$f^{-1}(11) = (11-3)/2 = 4$

$f(4) = 2\times4+3 = 11$

$f(\ f^{-1}(11)\ ) = 11$

Inverses			Careful!
$+$	<=>	$-$	
$\times$	<=>	$\div$	Don't divide by zero
$\frac{1}{x}$	<=>	$\frac{1}{y}$	x and y not zero
x^2	<=>	$\sqrt{y}$	x and y ≥ 0
x^n	<=>	$\sqrt[n]{y}$ **or** $y^{\frac{1}{n}}$	n not zero *(different rules when n is odd, even, negative or positive)*
e^x	<=>	$\ln(y)$	y > 0
a^x	<=>	$\log_a(y)$	y and a > 0
$\sin(x)$	<=>	$\sin^{-1}(y)$	$-\pi/2$ to $+\pi/2$
$\cos(x)$	<=>	$\cos^{-1}(y)$	0 to π
$\tan(x)$	<=>	$\tan^{-1}(y)$	$-\pi/2$ to $+\pi/2$

Pengecualian

Contoh

$$(-2)^2 = 4$$

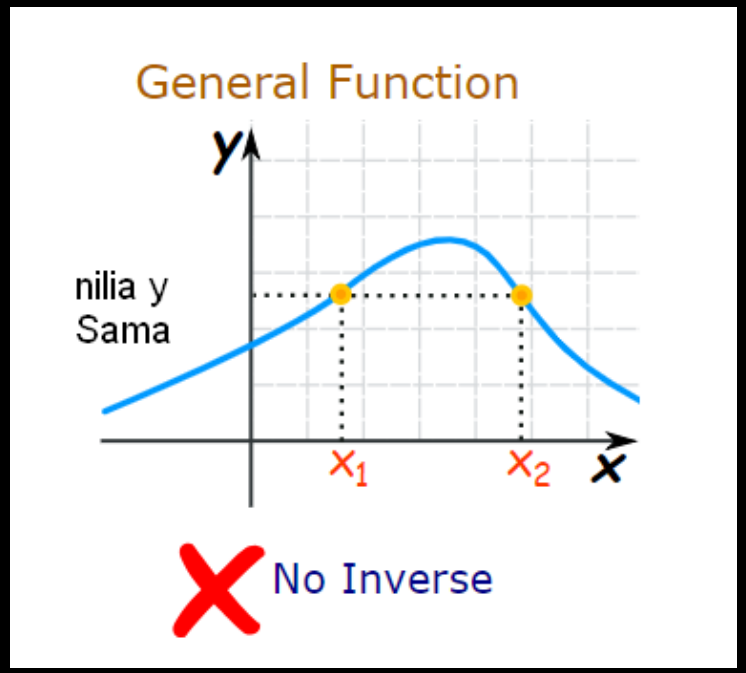
$$\sqrt{(4)} = 2$$

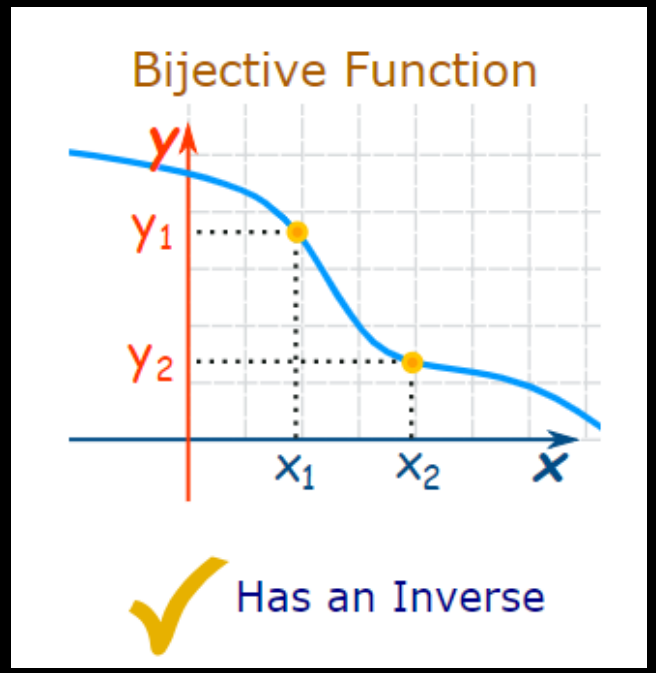
Tidak mempunyai inverse !

x^2 Memang tidak mempunyai inverse

$\{x^2 \mid x \geq 0\}$ mempunyai inverse !

Mengevaluasi fungsi inverse dari grafik

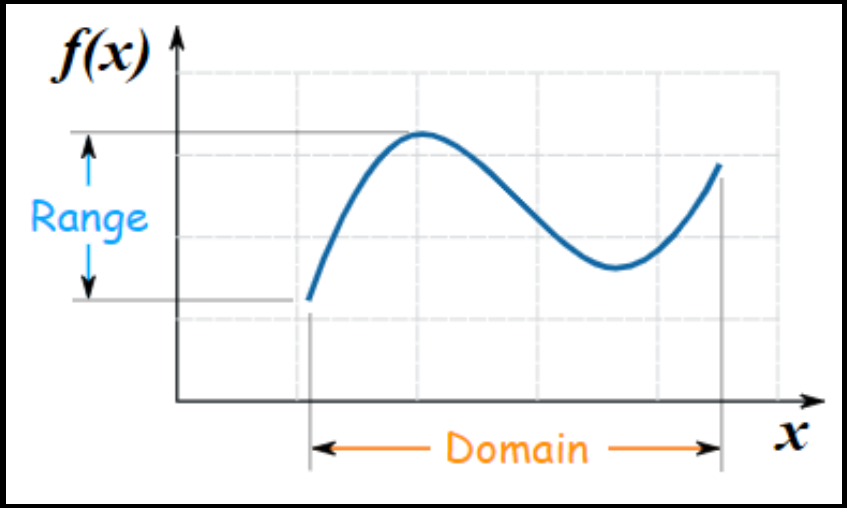




Sebuah fungsi harus “bijective” untuk dapat mempunyai inverse

Domain dan jangkauan

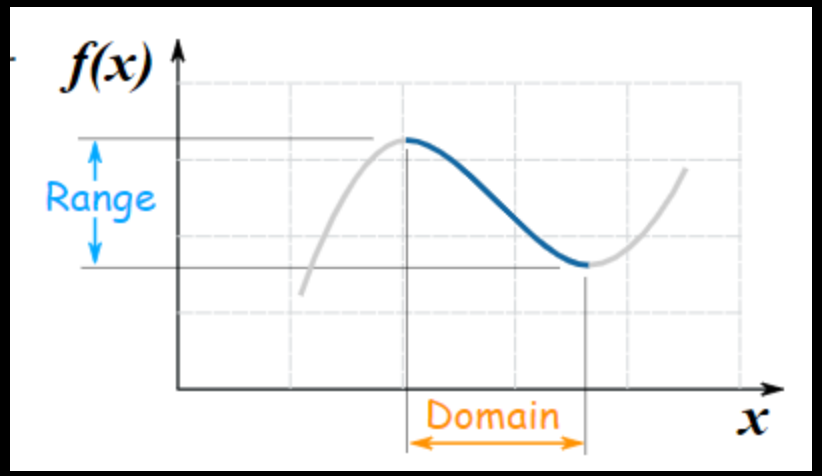
Contoh fungsi grafik domain terbatas

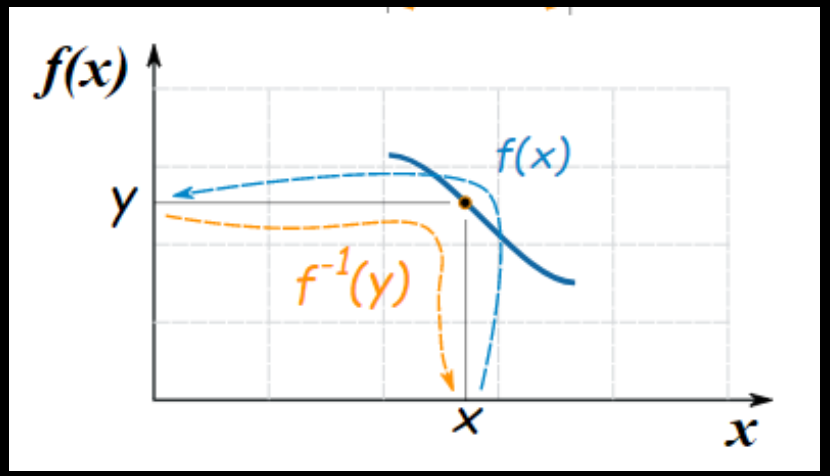


Pada fungsi diatas, tidak mempunyai inverse dikarenakan satu nilai y mempunyai beberapa nilai x.

Bagaimana untuk membuat inverse nya?

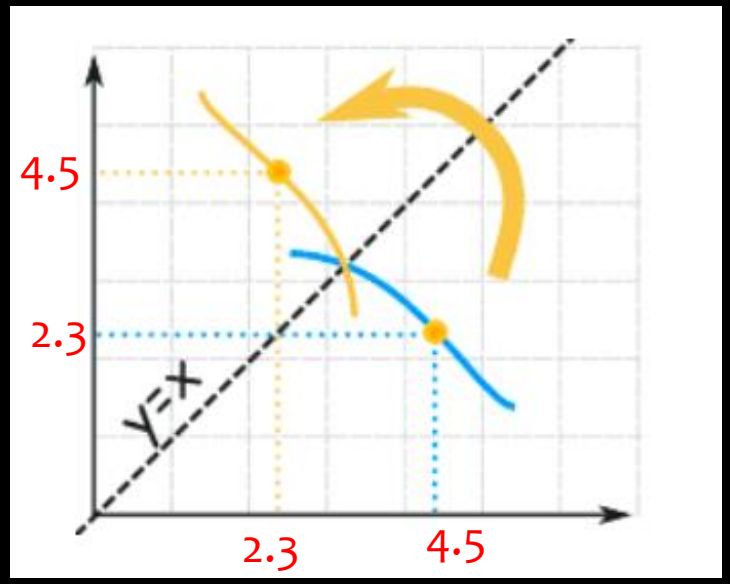
Melakukan pembatasan





Dengan melakukan pembatasan tersebut maka satu nilai y akan berpasangan dengan satu nilai x

Hasil inverse



f(x) dan **f^{-1}(x)** seperti pencerminan

Contoh soal

Tentukan fungsi inverse dari $f(x) = 5x - 4$

The function:	$f(x) = 5x - 4$
Put "y" for "f(x)":	$y = 5x - 4$
Add 4 to both sides:	$y + 4 = 5x$
Divide both sides by 5:	$(y + 4)/5 = x$
Swap sides:	$x = (y + 4)/5$

Solution (put "$f^{-1}(y)$" for "x") : $f^{-1}(y) = (y + 4)/5$

Contoh soal 2

Tentukan fungsi inverse dari $f(x) = x^2 + 2$ for $\{x \in R \mid x \geq 0\}$?

$f(x) = x^2 + 2$

Put y for f(x) $\Rightarrow y = x^2 + 2$

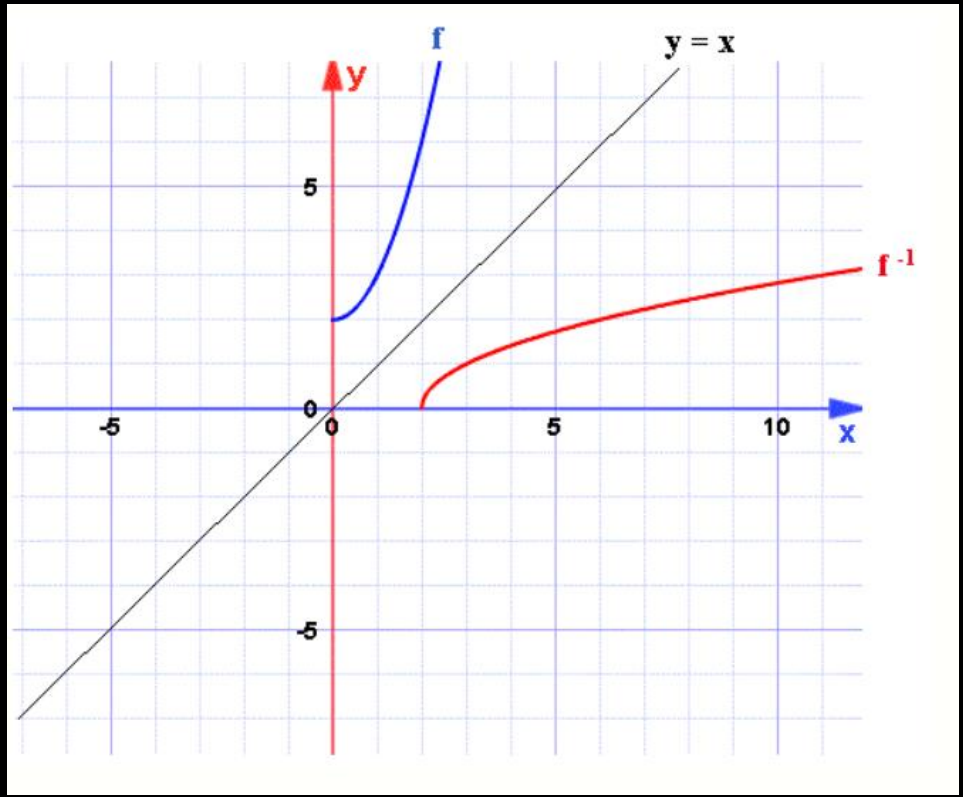
Subtract 2 from both sides $\Rightarrow y - 2 = x^2$

Swap sides $\Rightarrow x^2 = y - 2$

Take the square root of both sides $\Rightarrow x = \sqrt{y-2}$

Put $f^{-1}(y)$ for $x \Rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{y-2}$

However, we must take note of the domain for $f = \{x: x \in R \mid x \geq 0\}$



Contoh soal 3

Tentukan fungsi inverse dari $f(x) = \frac{1}{2}(3x + 4)$

$f(x) = \frac{1}{2}(3x + 4)$

Put y for f(x): $y = \frac{1}{2}(3x + 4)$

Multiply both sides by 2: $2y = 3x + 4$

Subtract 4 from both sides: $2y - 4 = 3x$

Swap sides: $3x = 2y - 4$

Divide both sides by 3: $x = \frac{1}{3}(2y - 4)$

Factor out the 2: $x = \frac{2}{3}(y - 2)$

Put $f^{-1}(y)$ for x : $f^{-1}(y) = \frac{2}{3}(y - 2)$